ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ** **ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 24 Ιανουαρίου 2022		**Πρωί:**	**Χ**	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα:	**ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΕΠΙΒΙΩΣΗΣ**				

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α!!!!!!!

Ερώτηση 1η

Αν $\sum_{x=30}^{80} w_x \cdot (u_x - v_x) = 5$ και $\sum_{x=30}^{80} \sum_{t=x}^{80} w_t \cdot (u_t - v_t) = 20$, με τι ισούται η ποσότητα $\sum_{x=30}^{80} x \cdot w_x (u_x - v_x)$?

(Α)160 (Β) 165 (Γ)170 (Δ)175 (Ε)180

Ερώτηση 2η

Η συνάρτηση επιβίωσης ενός πληθυσμού περιγράφεται από την παρακάτω σχέση:

$$S(x) = \frac{(x-2022)^2-1}{\alpha},\ x\epsilon[0,2021] \text{και} \quad \alpha > 0$$

Να βρεθεί ο μέσος υπολειπόμενος χρόνος ζωής ενός ατόμου που ανήκει στον παραπάνω πληθυσμό και η ηλικία τους ισούται με την διάμεση ηλικία όπως προκύπτει από την συνάρτηση επιβίωσης.

(Α) 173,55 (Β) 297,55 (Γ) 468,86 (Δ) 476,59 (Ε) 574,90

Ερώτηση 3η

Σε μία κλινική μελέτη παρατηρούνται $n = 100$ νεογέννητα άτομα μέχρι και τον τελευταίο θάνατο. Οι χρόνοι θανάτου είναι οι παρακάτω:

$$t_1 < t_2 < \cdots < t_{100}$$

Εάν $t_1 + t_2 + \cdots + t_{100} = 500$ να βρείτε με βάση την εμπειρική συνάρτηση επιβίωσης τον μέσο υπολειπόμενο χρόνο ζωής $\hat{e}_0^o$.

(Α) 4 (Β) 4,5 (Γ) 5 (Δ) 5,5 (Ε) 6

Ερώτηση 4η

Δίνεται η ακόλουθη συμμετρική Moving Weighted Average φόρμουλα:

$$v_x = au_{x-2} + bu_{x-1} + cu_x + bu_{x+1} + au_{x+2}$$

Η οποία ικανοποιεί τα ακόλουθα:

i. Η φόρμουλα αναπαράγει κυβικά πολυώνυμα,
ii. Η φόρμουλα ελαχιστοποιεί το R_0^2

Να καθοριστεί το βάρος της φόρμουλας.

(Α) 0,49 (Β) 2,06 (Γ) 2,77 (Δ) 4,73 (Ε) 7,61

Ερώτηση 5η

Μια εξομάλυνση Whittaker πραγματοποιείται χρησιμοποιώντας την παράσταση:

$$M = \sum_{x=1}^{5} w_x \cdot (v_x - u_x)^2 + \sum_{x=1}^{4} \left(\Delta \ v_x\right)^2 + 2\sum_{x=1}^{3} (\Delta^2 v_x)^2 + 3\sum_{x=1}^{2} (\Delta^3 v_x)^2$$

Οι εξομαλυμένες τιμές δίνονται από το διάνυσμα vτο οποίο προκύπτει από την λύση της εξίσωσης cv = wu. Αν $w_4 = 20$, να βρεθεί το στοιχείο c_{44}του πίνακα c.

(Α)82 (Β)80 (Γ)70 (Δ)62 (Ε)60

Ερώτηση 6η

Έστω ότι πραγματοποιείτε εξομάλυνση κατά Whittaker χρησιμοποιώντας τον 2ο νόμο της θνησιμότητας του Makeham, έτσι ώστε να ισχύει

$$S = \sum_{x=1}^{n-3}(\Delta^3 v_x - r\Delta^2 v_x)^2,\ r \succ -1.$$

Δίνεται ότι:

i. n = 5
ii. r = 0,2
iii. h = 2
iv. $w_x = 2$για όλα τα x

Ποια από τις παρακάτω απαντήσεις εκφράζει κατάλληλα το u_1?

(A) $2{,}81v_1 - 2{,}52v_2 + 2{,}61v_3 - 0{,}90v_4$

(B) $9{,}76v_1 - 16{,}32v_2 + 15{,}36v_3 - 4{,}80v_4$

(Γ) $\frac{1}{4}(2{,}81v_1 - 2{,}52v_2 + 2{,}61v_3 - 0{,}90v_4)$

(Δ) $\frac{1}{2}(9{,}76v_1 - 16{,}32v_2 + 15{,}36v_3 - 4{,}80v_4)$

(E) $\frac{1}{4}(9{,}76v_1 - 16{,}32v_2 + 15{,}36v_3 - 4{,}80v_4)$

Ερώτηση 7η

Μέσω της εξομάλυνσης κατά Bayes, ζητείται η εκτίμηση τουαναμενόμενου αριθμού θανάτων σε ένα διάστημα με βάση τα ακόλουθα:

i. Ο αριθμός θανάτων στο διάστημα περιγράφεται από την τ.μ. D η οποία ακολουθεί διωνυμική κατανομή με παραμέτρους p = ½ και n = 2,
ii. Η δεσμευμένη τ.μ. U/D=d ακολουθεί διωνυμική κατανομή με παραμέτρους p = d/2 και n = 2,
iii. v: αποτελεί τη μέση τιμή της εκ των υστέρων κατανομής D/U=2

Να υπολογιστεί το v.

(A)5/6 (B)1 (Γ)5/4 (Δ)5/3 (E)5/2

Ερώτηση 8η

Ο πίνακας Α των πρότερων συνδιακυμάνσεων με χρήση της μεθόδου Kimeldorf–Jones κατασκευάστηκε με τον εξής συντελεστή συσχέτισης: $c_{ij} = \left(\frac{1}{3}\right)^{|i-j|}$ $\forall\, i, j$. Δίνεται μέρος του πίνακα Α συμπληρωμένο ως εξής:

$$A = \begin{bmatrix} - & 4 & 8/3 \\ & - & 4 \\ & & - \end{bmatrix}$$

Να υπολογιστούν τα διαγώνια στοιχεία του Α

(Α)$\alpha_{11} = 12, \alpha_{22} = 3$ & $\alpha_{33} = 12$

(Β) $\alpha_{11} = 24, \alpha_{22} = 6$ & $\alpha_{33} = 24$

(Γ) $\alpha_{11} = 12, \alpha_{22} = 6$ & $\alpha_{33} = 12$

(Δ) $\alpha_{11} = 24, \alpha_{22} = 3$ & $\alpha_{33} = 24$

(Ε) $\alpha_{11} = 6, \alpha_{22} = 24$ & $\alpha_{33} = 6$

Ερώτηση 9η

Για μια καμπύλη θνησιμότητας Weibull $\mu_x = kx^n$δίνεται ο ακόλουθος πίνακας:

x	$-\boldsymbol{lnp_x}$
10	0,4641
11	0,6095
12	0,7825
13	0,9855
14	1,2209

Να υπολογιστεί το p_{15}.

(Α)0,1532 (Β)0,1757 (Γ)0,2251 (Δ)0,2685 (Ε)0,3142

Ερώτηση 10η

Έστω ότι παρακολουθούνται 5 άτομα από την γέννησή τους σε μια έρευνα για τη θνησιμότητα και ότι η θνησιμότητά τους δίνεται από τη σχέση $\mu_x = bx$. Δίνονται οι ακριβείς χρόνοι θανάτων στις ηλικίες 2, 4, 6, 8 και 10. Να καθοριστεί η παράμετρος b με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας

(Α)1/6 (Β)1/11 (Γ)2/11 (Δ)1/22 (Ε)3/11

Ερώτηση 11η

Στον πίνακα που ακολουθεί, οι τιμές της θνησιμότητας μ_x έχουν παραχθεί χρησιμοποιώντας παραμετρική εξομάλυνση για τον 2ο νόμο θνησιμότητας του Makeham: $\mu_x = A + Hx + BC^x$.

x	μ_x
20	0,080
30	0,180
40	0,300
50	0,500

Να υπολογιστεί το μ_{23}

(Α)0,10904 (Β)0,10914 (Γ)0,10401 (Δ)0,11303 (Ε)0,12303

Ερώτηση 12η

Μια quadratic spline 2 τόξων έχει χρησιμοποιηθεί για να εξομαλύνει δεδομένα με τιμές από το x = 0 έως το x = 20 με κόμβο στο x = 10. Δίνονται τα εξής:

i. $p_0(x) = 100 + kx + x^2, 0 \leq x \leq 10$
ii. $p_1(15) = 3p_0(5)$
iii. $p_1(20) = 800$

Να υπολογιστεί το $p_1(15)$

(Α)400 (Β)450 (Γ)500 (Δ)550 (Ε)600

Ερώτηση 13η

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας από δείγμα 5 ατόμων:

x	w_x	u_x	v_x	v'_x
1	4	0,030	0,020	0,044
2	10	0,050	0,045	v'_2
3	w_3	0,060	0,070	0,069
4	3	0,090	0,085	v'_4
5	3	0,100	0,100	v'_5

Οι αναθεωρημένες εξομαλύνσεις των $v'_x = av_x + b$ έχουν υπολογιστεί με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε το σύνολο των ηλικιών στο θάνατο που προκύπτουν από τις αναθεωρημένες τιμές της εξομάλυνσης να ισούται με το σύνολο των ηλικιών στο θάνατο που προκύπτουν από τις παρατηρήσεις του δείγματος. Να υπολογιστεί το w_3.

(A) 4 (B) 5 (Γ) 6 (Δ) 7 (E) 8

Ερώτηση 14η

Ένα πληθυσμός αποτελείται από τρία άτομα ηλικίας $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Οι συνάρτηση επιβίωσης κάθε ατόμου περιγράφεται από την σχέση:

$$S_{\alpha_i}(y) = e^{-\alpha_i \cdot y}, y \geq 0 \text{ και } i = 1,2,3$$

Δίνονται τα εξής:

- Η πιθανότητα ο υπολειπόμενος χρόνος ζωής του 2ου ατόμου να ξεπεράσει τον υπολειπόμενο χρόνος ζωής του 1ου ατόμου είναι διπλάσια από την αντίστοιχη πιθανότητα ο υπολειπόμενος χρόνος ζωής του 3ου ατόμου να ξεπεράσει τον υπολειπόμενο χρόνος ζωής του 1ου ατόμου.
- Οι ηλικίες $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου με $\alpha_1 > 0$ και λόγο $\lambda > 0$.

Με τι ισούται το λ;

(A) $1 + \sqrt{2}$ (B) $1 + \sqrt{3}$ (Γ) 3 (Δ) $1 + \sqrt{5}$ (E) 4

Ερώτηση 15η

Για έναν κλειστό πληθυσμό μιας ομάδας ατόμων που παρακολουθείται από την γέννησή της δίνεται ότι ο αριθμός των ζώντων ατόμων της ακέραιας ηλικίας x είναι ℓ_xκαι αντίστοιχα ℓ_{x+1}για την ηλικία $x+1$. Αν για την κλασματική ηλικία $x+s$, $0 < s < 1$ υπολογίζουμε τα ℓ_{x+s}με τις παρακάτω προσεγγιστικές μεθόδους:

- ℓ^L_{x+s}: Γραμμική Προσέγγιση (UDD)
- ℓ^E_{x+s}: Εκθετική Προσέγγιση (CFM)
- ℓ^H_{x+s}: Υπερβολική Προσέγγιση (Balducci)

Να βρείτε ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό:

(Α) $\ell^L_{x+s} < \ell^E_{x+s} < \ell^H_{x+s}$ (Β) $\ell^E_{x+s} < \ell^H_{x+s} < \ell^L_{x+s}$ (Γ) $\ell^H_{x+s} < \ell^L_{x+s} < \ell^E_{x+s}$

(Δ) $\ell^H_{x+s} < \ell^E_{x+s} < \ell^L_{x+s}$ (Ε) $\ell^E_{x+s} < \ell^L_{x+s} < \ell^H_{x+s}$

Ερώτηση 16η

Θεωρούμε ένα πληθυσμό από n νεογέννητα άτομα τα οποία έχουν την ίδια συνάρτηση επιβίωσης με τερματική ηλικία $\omega = 100$. Επίσης δίνονται τα παρακάτω:

- $D_t =$ η τ.μ. που εκφράζει τον αριθμό των ατόμων που θα αποβιώσουν στο διάστημα $(t, t+1]$ όπου $t = 0,1,2,\dots,\omega-1$
- $Cov(D_t, D_{t+1}) = -n \cdot \frac{(t+1)\cdot(t+2)\cdot(\omega-t-1)}{\omega^{2t+3}} \prod_{j=0}^{t-1}(\omega-1-j)^2$
- ${}_{3/}q_0 = 0{,}03764376$και $q_3 = 0{,}04$
- $q_{t+1} = q_t + k$, $t = 0,1,2,\dots,6$ όπου k κάποια θετική σταθερά.

Να βρεθεί η πιθανότητα ένα νεογέννητο άτομο να επιζήσει για πέντε χρόνια και να πεθάνει μέσα στα επόμενα δύο.

(Α) 0,09875 (Β) 0,10233 (Γ) 0,10797 (Δ) 0,11324 (Ε) 0,12756

Ερώτηση 17η

Σε ένα πρότυπο δύο αιτίων και κάτω από την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής για κάθε αίτιο δίνονται:

- $q_x'^{(d)} = 0{,}25$
- $q_x'^{(w)} = 0{,}15$

Να υπολογίσετε την πιθανότητα ${}_{0,4}q_{x+0,2}^{(d)}$.

(Α) 0,091728 (Β) 0,093456 (Γ) 0,095231 (Δ) 0,097157 (Ε) 0,099899

Ερώτηση 18η

Για τον καθορισμό των πιθανοτήτων θανάτου και αποχώρησης ενός πληθυσμού πραγματοποιείται μία αναλογιστική μελέτη. Τα στοιχεία που συγκεντρώνονται παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Μέλος	Ηλικία Εισόδου	Προγρ. Ηλικία Εξόδου	Ηλικία Θανάτου	Ηλικία Αποχώρησης
1	49,5	71	50,5	-
2	50,2	65	-	50,9
3	49,0	70	49,5	-
4	50,9	60	-	55,2
5	51,2	55	54,1	-
6	50,7	72	-	-

Να εκτιμηθεί το $q_x'^{(\mathrm{d})}$ για το ηλικιακό διάστημα (50,51] με βάση την μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας και την υπόθεση της σταθερής έντασης για κάθε αίτιο.

(Α) 0,443651 (Β) 0,453234 (Γ) 0,464739 (Δ) 0,476382 (Ε) 0,483967

Ερώτηση 19η

Σε μία κλινική μελέτη με n ζωές στο $t = 0$, γνωρίζουμε ότι:

- Δεν υπάρχουν νέα εισερχόμενα μέλη.
- Οι πρώτοι δύο θάνατοι συμβαίνουν στις στιγμές $t_1 < t_2$.
- Ο Product Limit Estimator της συνάρτησης επιβίωσης στο t_2 δεν είναι μηδέν.
- $\hat{S}^{PL}(t_2) + \hat{\Lambda}^{NA}(t_2) = \frac{17}{16}$
- Όλες οι αποχωρήσεις συμβαίνουν στο διάστημα (t_1, t_2).

Να βρεθεί ο αριθμός των ατόμων που αποχωρούν.

(Α) 3 (Β) 5 (Γ) 8 (Δ) 11 (Ε) 14

Ερώτηση 20η

Δίνονται τα παρακάτω:

- ${}_nf_x$ είναι η μέση αναλογία του διαστήματος $(x, x+n]$ που ζουν όσα άτομα αποβιώνουν μέσα στο διάστημα αυτό.
- ${}_1f_x = {}_1f_{x+1} = 0{,}6$
- ${}_2f_x = 0{,}575$

Να βρείτε το ποσοστό των συνολικών θανάτων του διαστήματος $(x, x+2]$ που συμβαίνουν μέσα στο διάστημα $(x, x+1]$.

(Α) 0,35 (Β) 0,40 (Γ) 0,45 (Δ) 0,50 (Ε) 0,55

Ερώτηση 21η

Σε μία μελέτη δύο αιτίων εξόδου, θανάτου και αποχώρησης, παρατηρούνται 100 άτομα στο ηλικιακό διάστημα $(50,51]$. Δίνεται ότι:

- Όλα τα άτομα εισέρχονται από την αρχή του διαστήματος και δεν είναι προγραμματισμένο να φύγει κανείς πριν την ηλικία των 51.
- Συνολικά παρατηρούνται 48 θάνατοι στο διάστημα $(50,51]$.
- Ισχύει η ομοιόμορφη κατανομή για τους συναφείς πίνακες σε ηλικιακά διαστήματα του ενός έτους.
- Ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας $\hat{q}_{50}^{\prime(\mathrm{d})}$ είναι ίσος με 0,6.

Να βρεθεί ο αριθμός των αποχωρήσεων στο διάστημα $(50,51]$.

(Α) 20 (Β) 28 (Γ) 34 (Δ) 40 (Ε) 42

Ερώτηση 22η

Σε μία κλινική μελέτη ένας πληθυσμός από n νεογέννητα άτομα παρατηρείται μέχρι και τον τελευταίο θάνατο. Ο αριθμός των θανάτων που παρατηρούνται σε κάθε διάστημα $(t, t+1]$ είναι 2^t για $t = 0,1,\dots,19$. Αν ο αριθμός των θανάτων σε κάθε ηλικιακό διάστημα ενός έτους ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή και δίνεται $\widehat{m}_k = \frac{2}{61}$ για κάποιο $k \epsilon \{0,1,2 \dots 19\}$, να βρεθεί το k.

(Α) 12 (Β) 13 (Γ) 14 (Δ) 15 (Ε) 16

Ερώτηση 23η

Δίνεται η ακόλουθη συμμετρική Moving Weighted Average φόρμουλα:

$$v_x = \frac{1}{8}(u_{x-2} - 5u_{x-1} + ku_x - 5u_{x+1} + u_{x+2})$$

Η φόρμουλα αυτή αναπαράγει γραμμικές συναρτήσεις. Να υπολογιστεί το R_1^2.

(Α) 103/32 (Β) 137/32 (Γ) 171/32 (Δ) 205/32 (Ε) 239/32

Ερώτηση 24η

Για το ηλικιακό διάστημα $(x, x+1]$ δίνονται τα ακόλουθα:

- 15 άτομα εισέρχονται στην μελέτη σε ηλικία x
- 2 άτομα εισέρχονται στην μελέτη σε ηλικίες $x + 0{,}4$ και $x + 0{,}7$
- 2 άτομα αποχωρούν από την μελέτη σε ηλικίες $x + 0{,}2$ και $x + 0{,}6$
- 4 άτομα πεθαίνουν σε ηλικίες $x + 0{,}1$, $x + 0{,}3$, $x + 0{,}5$ και $x + 0{,}8$

Να βρεθεί η εκτίμηση της διακύμανσης του εκτιμητή $\hat{p}_x$ με βάση την προσέγγιση Greenwood.

(Α) 0,01337 (Β) 0,01344 (Γ) 0,01350 (Δ) 0,01357 (Ε) 0,01363