ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 25/6/2018	**Πρωί:**	✓	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων				

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!!!

1. Η κατανομή του αριθμού των εργατικών ατυχημάτων που συμβαίνουν σε ένα εργοστάσιο ανά ημέρα είναι $Poisson$με μέση τιμή λ. Η παράμετρος λ είναι τυχαία μεταβλητή και κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 3]$. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να συμβεί ένα ατύχημα σε μια δεδομένη ημέρα.

(Α) 0,179 (Β) 0,267 (Γ) 0,317 (Δ) 0,335 (Ε) 0,368

2. Δίνονται τα ακόλουθα:

i. το πλήθος των αποζημιώσεων έχει την ακόλουθη συνάρτηση πιθανότητας:

$$p(x) = \binom{m}{x} q^x (1-q)^{m-x}, \quad x=0, 1, .., m$$

ii. κριτήριο για πλήρη αξιοπιστία είναι η απόκλιση του πλήθους των αποζημιώσεων που θα συμβούν να μην υπερβαίνει το 1% από το αναμενόμενο πλήθος των αποζημιώσεων με πιθανότητα 95%

iii. το ελάχιστο πλήθος αποζημιώσεων για πλήρη αξιοπιστία είναι 34.574

Να υπολογισθεί το q.

Σημείωση: $F(1{,}645) = 95\%, F(1{,}96) = 97{,}5\%$

(Α) 0,05 (Β) 0,10 (Γ) 0,20 (Δ) 0,40 (Ε) 0,80

3. Ο αριθμός των σεισμών σε ένα έτος ακολουθεί $Poisson$ με μέση τιμή ίση με 3. Να υπολογιστεί η διακύμανση του αριθμού των σεισμών σε ένα έτος,με δεδομένο ότι έχει συμβεί τουλάχιστον 1 σεισμός σε αυτό το έτος.

(Α) 1,63 (Β) 1,73 (Γ) 2,66 (Δ) 3,00 (Ε) 3,16

4. Σε μια λεωφόρο, η ταχύτητα ενός οχήματος ακριβώς πριν την πρόσκρουση, είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη τυχαία μεταβλητή στο διάστημα $[5, 20]$. Δεδομένης της ταχύτητας, η αποζημίωσηπου θα προκύψει από την πρόσκρουση είναι εκθετικά κατανεμημένη με μέση τιμή που ισούται με τρείς φορές την ταχύτητα.
Να υπολογιστεί η διασπορά της αποζημίωσης λόγωπρόσκρουσης στην συγκεκριμένη λεωφόρο.

(Α) 525 (Β) 1.463 (Γ) 1.575 (Δ) 1.632 (Ε) 1.744

5. Για μια ομάδα ασφαλισμένων, το καθαρό ασφάλιστρο (οι αναμενόμενες συνολικές αποζημιώσεις) για την προηγούμενη χρήση ήταν €10.000.000. Κατά τη διάρκεια της χρήσης αυτής παρατηρήθηκαν 100 αποζημιώσεις συνολικού ύψους €12.500.000. Για να επιτευχθεί πλήρης αξιοπιστία είναι αναγκαίο ένα μέγεθος δείγματος 175 αποζημιώσεων. Ποιο θα είναι το νέο ασφάλιστρο για την επόμενη χρήση;

(Α) 10.630.000 (Β) 11.070.000 (Γ) 11.430.000

(Δ) 11.890.000 (Ε) 12.080.000

6. Δίνονται τα παρακάτω:

- η σ.π.π. $f(x) = 5\theta x^3 e^{-\theta x^4}$,
- ένα τυχαίο δείγμα n παρατηρήσεων από την παραπάνω κατανομή.

Να υπολογιστεί η διακύμανση του αμερόληπτου εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας για την παράμετρο θ.

(Α) $\frac{\theta^2}{n}$ (Β) $\frac{1}{\theta n}$ (Γ) $\frac{\theta^2}{4n}$ (Δ) $\frac{5\theta^2}{n-1}$ (Ε) $\frac{n}{\theta^2}$

7. Το ύψος των αποζημιώσεων ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, \theta]$. Η πρότερη κατανομή της παραμέτρου θ είναι $\pi(\theta) = \frac{500}{\theta^2}$, $\theta > 500$. Στο χαρτοφυλάκιο παρατηρήθηκαν δυο αποζημιώσεις ύψους $x_1 = 400$ και $x_2 = 600$. Αν η ύστερη κατανομή της παραμέτρου θ είναι η $f(\theta|x_1, x_2) = 3\frac{600^3}{\theta^4}$, $\theta > 600$, να υπολογισθεί το ασφάλιστρο κατά Bayes $E(x_3|x_1, x_2)$.

(Α) 450 (Β) 500 (Γ) 550 (Δ) 600 (Ε) 650

8. Έστω συμβόλαιο που ασφαλίζει έναντι ολικής κλοπής αυτοκινήτου, με απαλλαγή ($deductible$) ίση με 3. Το ποσό της κλοπής ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0, 10]$. Να υπολογιστεί η ροπογεννήτρια $M(t)$, για$t \neq 0$, του ποσού που θαπληρώσει η ασφαλιστική εταιρεία σε περίπτωση ολικής κλοπής.

(Α) $\frac{3}{10} + \frac{e^{10t}-1}{10t}$

(Β) $\frac{e^{10t}-1}{10t} - 3$

(Γ) $\frac{e^{7t}-e^{3t}}{10t}$

(Δ) $\frac{3}{10} + \frac{e^{7t}-e^{3t}}{10t}$

(Ε) $\frac{3}{10} + \frac{e^{7t}-1}{10t}$

9. Δίνονται ταπαρακάτω δεδομένα για ένα χαρτοφυλάκιο:

i. το ετήσιο πλήθος των αποζημιώσεων για κάθε ασφαλισμένο ακολουθεί κατανομή $Poisson$με μέση τιμή Λ.

ii. η πρότερη κατανομή της παραμέτρου Λ έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(\lambda) = \frac{(2\lambda)^5 e^{-2\lambda}}{24\lambda}, \qquad \lambda > 0$$

Ένας ασφαλισμένος επιλέγεται κατά τύχη. Για τον ασφαλισμένο αυτό παρατηρούνται 5 αποζημιώσεις στο πρώτο έτος και 3 αποζημιώσεις στο δεύτερο έτος.

Να υπολογισθεί το $E(\Lambda | x_1 = 5, x_2 = 3)$

(Α) 3,00 (Β) 3,25 (Γ) 3,50 (Δ) 3,75 (Ε) 4,00

10. Χαρτοφυλάκιο γενικών ασφαλίσεων αντασφαλίζεται με μη αναλογική κάλυψη υπερβάλλουσας ζημιάς. Το ύψος των αποζημιώσεων (X) ακολουθεί την εκθετική κατανομή $X \sim \exp(\lambda)$ $και$ $\frac{1}{\lambda} = 1.000$. Το πλήθος των συμβάντων ακολουθεί διαδικασία $Poisson$. Για τη τρέχουσα χρήση αναμένονται 3 γεγονότα και η πιθανότητα να συμμετέχει ο αντασφαλιστής είναι 40%.

Ποιο το ύψος του ασφαλίστρου που θα ζητήσει ο αντασφαλιστής;

(Α) 1.200 (Β) 3.000 (Γ) 1.800 (Δ) 1.000 (Ε) 400

11. Χαρτοφυλάκιο μεικτών ασφαλίσεων ζωής αποτελείται από 4 συμβόλαια με ασφαλισμένα κεφάλαια :

Συμβόλαιο	Ασφαλισμένο Κεφάλαιο
Α	14.000
Β	15.000
Γ	20.000
Δ	50.000

Η εταιρία (Α) θέλει να προστατεύσει τα ίδια κεφάλαια της και αντασφαλίζει το χαρτοφυλάκιο με αναλογική κάλυψη υπερβάλλοντος κεφαλαίου με Ιδία Κράτηση (1ο line) να τοποθετείται στα 10.000 και ανώτατο όριο ευθύνης του αντασφαλιστή (Β) 6 Lines. Οι αποζημιώσεις πραγματοποιήθηκαν ως εξής :

Συμβόλαιο	Αποζημίωση
Α	7.000
Β	6.000
Γ	16.500
Δ	42.000

Ποιο είναι το συνολικό ποσό Ιδίας Κράτησης και το συνολικό ποσό που εκχωρείται στην εταιρία Β αντίστοιχα;

(Α) 45.850 και 25.650

(Β) 40.000 και 31.500

(Γ) 25.650 και 45.850

(Δ) 31.500 και 40.000

(Ε) 30.650 και 40.850

12. Δίνονται τα παρακάτω:

- Ασφαλιστική εταιρεία ασφαλίζει οχήματα για την περίπτωση ολικής κλοπής.
- Τα οχήματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με την πιθανότητα που έχουν να κλαπούνολικώς:
  - η κατηγορία A περιλαμβάνει 12 οχήματα με πιθανότητα κλοπής μέσα στο επόμενο έτος ίση με 0,01
  - η κατηγορία B περιλαμβάνει 18 οχήματα με πιθανότητα κλοπής μέσα στο επόμενο έτος ίση με 0,005
- Στην περίπτωση κλοπής η ασφαλιστική εταιρεία θα πληρώσει τα παρακάτω ποσά:

Όχημα κατηγορίας A	Όχημα κατηγορίας B
5 με πιθανότητα 0,42 και 13 με πιθανότητα 0,58	50 με πιθανότητα 0,22 και 52 με πιθανότητα 0,78

Ποσά σε μονάδες των 1.000€

Να βρεθεί η διασπορά $Var(S)$ των συνολικών αποζημιώσεων μέσα στο επόμενο έτος για το σύνολο των 30 ασφαλισμένων οχημάτων.

(Α) 238 (Β) 245 (Γ) 251 (Δ) 262 (Ε) 273

13. Δίνονται τα παρακάτω:

- Y είναι τυχαία μεταβλητή από την εκθετική οικογένεια κατανομών:

$$f(y) = c(y, \varphi) exp\left(\frac{y\theta - b(\theta)}{a(\varphi)}\right)$$

- $b(\theta) = -\sqrt{-2\theta}$
- $\theta = -0{,}3$
- $a(\varphi) = 1{,}6$

Να υπολογιστεί η $E(Y)$.

(Α) μικρότερη από -1

(Β) τουλάχιστον -1 αλλά μικρότερη από 0

(Γ) τουλάχιστον 0 αλλά μικρότερη από 1

(Δ) τουλάχιστον 1 αλλά μικρότερη από 2

(Ε) τουλάχιστον 2

14. Δίνονται τα παρακάτω:

- Μια ασφαλιστική εταιρεία ξεκινάει τις εργασίες της στον κλάδο πυρός την 1η Ιανουαρίου 2015.
- Τα δεδουλευμένα ασφάλιστραγια το έτος 2015ανήλθαν σε 1.000.000.
- Τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα είχαν σταθερή αύξηση 10% κατ' έτος μέχρι και το 2017.
- Ο αναμενόμενος τελικός δείκτης ζημιών (LR) για το έτος ατυχήματος 2015 είναι 60%.
- Την 31η Δεκεμβρίου 2017, ο αναλογιστής της εταιρείας εκτιμάει ότι ο αναμενόμενος δείκτης ζημιών αυξάνεται κατά 4 ποσοστιαίες μονάδες σε κάθε ένα από τα επόμενα έτη ατυχήματος.
- Οι συντελεστές εξέλιξης των πληρωθεισών αποζημιώσεων ανά έτος εξέλιξης είναι οι εξής:

από 1ο σε 2ο έτος εξέλιξης	1,5
από 2ο σε 3ο έτος εξέλιξης	1,3
από 3ο έτος εξέλιξης μέχρι το κλείσιμο των ζημιών.	1,2

Να υπολογιστεί το συνολικό απόθεμα με εικόνα 31/12/2017, χρησιμοποιώντας την μέθοδο Bornhuetter-Ferguson.

(Α) 536.728 (Β) 733.441 (Γ) 823.894

(Δ) 1.302.906 (Ε) 1.393.359

15. Οι ετήσιες συνολικές αποζημιώσεις στον κλάδο ατυχημάτων μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας μια σύνθετη $Poisson$κατανομή, όπου ο αριθμός των αποζημιώσεων έχει μέση τιμή ίση με 2 και η σ.π.π. του ύψους της αποζημίωσης είναι η:

$$f(x) = \frac{2 \times 500^2}{(500 + x)^3}, \qquad x > 0$$

Η ασφάλεια πληρώνει το 80%από τα πρώτα750 € των ετήσιωνσυνολικώναποζημιώσεων και 100% των ετήσιων συνολικώναποζημιώσεων που υπερβαίνουν τα 750 €. Προσομοιώνετε τον αριθμό και τα ύψη των αποζημιώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντιστροφής($inversion$). Ο τυχαίος αριθμός από την ομοιόμορφη κατανομή για να προσομοιώσετε τον αριθμό των αποζημιώσεων είναι 0,8. Οι τυχαίοι αριθμοί από την ομοιόμορφη κατανομή για να προσομοιώσετε τα ύψη των αποζημιώσεων είναι: 0,60 0,25 0,70 0,10 0,80 .

Να υπολογιστούν οι προσομοιωμένες συνολικές πληρωμές για ένα έτος.

(Α) 294 (Β) 625 (Γ) 631 (Δ) 646 (Ε) 658

16. Το ύψος των αποζημιώσεων έχει την ακόλουθη σ.π.π.:

$$f(x) = 30\left(\frac{x}{\theta}\right)^3\left(\frac{\theta - x}{\theta}\right)^2\frac{1}{x}, \qquad 0 < x < \theta$$

Δίνεται δείγμα τριών ζημιών με ύψη: 90, 90 και 20.

Υπολογίστε τον εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας για την παράμετρο θ.

(Α) 22,8 (Β) 66,7 (Γ) 111,8 (Δ) 131,7 (Ε) 136,7

17. Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής (μικρότερη θετική ρίζα) όταν $f(x) = \frac{1}{2}e^{-x} + e^{-2x}$και$\theta = \frac{7}{9}$.

(Α) $\frac{1}{6}$ (Β) $\frac{1}{3}$ (Γ) $\frac{1}{2}$ (Δ) $\frac{2}{3}$ (Ε) $\frac{3}{4}$

18. Η τυχαία μεταβλητή έχει συνάρτηση κατανομής την:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{4}{x}\right), \quad x \geq 4.$$

Μια ασφαλιστική κάλυψη υπόκειται σε όριο συμβολαίου ($policylimit$) ύψους 20. Η τ.μ. Y συμβολίζει το ύψος των αποζημιώσεων για την συγκεκριμένη κάλυψη και ορίζεται σαν $Y = X^{0,5}$.

Να υπολογιστεί η αναμενόμενη πληρωμή ανά ζημιά για αυτή την κάλυψη.

(Α) 2,7 (Β) 3,8 (Γ) 4,0 (Δ) 5,0 (Ε) 7,2

19. Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα για ένα χαρτοφυλάκιο ομαδικών συμβολαίων ζωής:

i. Για κάθε ομαδικό συμβόλαιο οι αποζημιώσεις είναι ανεξάρτητες για κάθε εργαζόμενο και έχουν κοινή μέση τιμή και διασπορά,

ii. Η συνολική μέση αποζημίωση ανά εργαζόμενο για όλους τους ασφαλισμένους όλων των ομαδικών συμβολαίων είναι20,

iii. Η τελική τιμή $V(E)$ ισούται με 40,

iv. Η τιμή της $E(V)$ ισούται με 8000,

v. Για ένα τυχαία επιλεγμένο ομαδικό συμβόλαιο παρατηρείται η ακόλουθη εμπειρία:

Έτος	Μέση Αποζημίωση ανα εργαζόμενο	Αριθμός εργαζομένων
1	5	400
2	15	800
3	10	600

Να υπολογισθεί το ασφάλιστρο ανά εργαζόμενο σε αυτό το ομαδικό συμβόλαιο με την μέθοδο $Bühlmann - Straub$.

(Α) λιγότερο από 10,5

(Β) τουλάχιστον 10,5 αλλά λιγότερο από 11,5

(Γ) τουλάχιστον 11,5 αλλά μικρότερο από 12,5

(Δ) τουλάχιστον 12,5 αλλά μικρότερο από 13,5

(Ε) τουλάχιστον 13,5

20. Δίνονται τα παρακάτω:

- Οι συνολικές αποζημιώσεις ακολουθούν σύνθετη $Poisson$με $\lambda = 0{,}8$.
- Τα διακριτά ύψη των αποζημιώσεων έχουν την ακόλουθη κατανομή:

x	$Pr(X = x)$
1	0,5
2	0,3
3	0,2

- Οι πιθανότητες για συγκεκριμένες τιμές των συνολικών αποζημιώσεων Sείναι:

x	$f_S(x) = Pr(S = x)$
2	0,1438
3	0,1198
5	0,0294

Να υπολογιστεί η πιθανότητα $Pr(S = 4)$.

(Α) 0,051 (Β) 0,064 (Γ) 0,076 (Δ) 0,089 (Ε) 0,102

21. Οι παρακάτω σχέσεις σχετίζονται με τη μη αναλογική κάλυψη υπερβάλλουσας ζημιάς.

Ποια από τις παρακάτω είναι *λάθος*;

1) $Var(\bar{\bar{N}}) - E(\bar{\bar{N}}) \leq Var(N) - E(N)$

2) $E(\bar{\bar{S}}) = E(N) * E(\bar{\bar{X}})$

3) $Vcov(\bar{X}) > Vcov(X)$

4) $Vcov(\bar{S}) < Vcov(\bar{\bar{S}})$

(Α) Καμία

(Β) Μόνο η 1

(Γ) Η 1 και 2

(Δ) Μόνο η 3

(Ε) Όλες

22. Έστω σύνθετη $Poisson$ διαδικασία στην οποία η L(μέγιστη σωρευτική απώλεια) έχει ροπογεννήτρια$M_L(r) = \frac{5r}{1+10r-\left(\frac{1}{1-5r}\right)^2}$και έστω ότι το περιθώριο ασφαλείας θ ισούται με 1. Να βρεθεί η ροπογεννήτρια $M_{L_1}(r)$ της τ.μ.L_1 καθώς και η κατανομή του ύψους αποζημίωσης X.

	$M_{L_1}(r)$	κατανομή της X
(A)	$\left(\frac{1}{1-5r}\right)^2 - 1$	$f(x) = \frac{5^2}{\Gamma(2)} x e^{-5x}$
(B)	$\left(\frac{1}{1-5r}\right)^2 - 1$	$f(x) = \frac{1}{5^2\Gamma(2)} x e^{-\frac{1}{5}x}$
(Γ)	$\frac{5}{r}\left[\left(\frac{5}{5-r}\right)^2 - 1\right]$	$f(x) = \frac{5^2}{\Gamma(2)} x e^{-5x}$
(Δ)	$\frac{1}{5r}\left[\left(\frac{1}{1-5r}\right)^2 - 1\right]$	$f(x) = \frac{5^2}{\Gamma(2)} x e^{-5x}$
(E)	$\frac{1}{5r}\left[\left(\frac{1}{1-5r}\right)^2 - 1\right]$	$f(x) = \frac{1}{5^2\Gamma(2)} x e^{-\frac{1}{5}x}$

23. Το ύψος της αποζημίωσης έχει σ.π.π.:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{9}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3}x^2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Ποια είναι η $E(L_1)$ (η μέση τιμή της πτώσης του αποθεματικού κάτω από το αρχικό του επίπεδο, αν συμβεί τέτοια πτώση);

(Α) μικρότερη από 0,3

(Β) τουλάχιστον 0,3 αλλά μικρότερη από 0,5

(Γ) τουλάχιστον 0,5 αλλά μικρότερη από 0,7

(Δ) τουλάχιστον 0,7 αλλά μικρότερη από 0,9

(Ε) τουλάχιστον 0,9

24. Το ύψος αποζημίωσης χαρτοφυλακίου γενικών ασφαλίσεων περιγράφεται από τη σ.π.π $f(X) = be^{-bx}$, $x \geq 0$. Η αναμενόμενη αποζημίωση του αντασφαλιστή κάτω από αναλογική κάλυψη $a * X$ όπου $0 < a < 1$ (a είναι το ποσοστό εκχώρησης) είναι ίση με την περίπτωση της μη αναλογική κάλυψης $max(0, X - m)$ όπου m είναι η ιδία κράτηση. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις αληθεύει;

(Α) $abe^{-bm} = 1$

(Β) $\frac{a}{b}e^{-bm} = 1$

(Γ) $ae^{bm} = 1$

(Δ) $\frac{b}{ab}e^{bm} = 1$

(Ε) $be^{bm} = 1$