Ασφαλίσεις κατά ζημιών
Απογευματινά Θέματα 2015

ΘΕΜΑ 1

Μια ασφαλιστική θέλει να προχωρήσει σε τιμολόγηση για την Αστική Ευθύνη Αυτοκινήτου με βασικές περιοχές Αθήνα – Επαρχεία και για τις κλάσεις «αυτ/τα με ίππους έως και 10» και «αυτ/τα άνω των 10 ίππων». Τα νέα ασφάλιστρα θα ισχύουν από 1/1/2016 για ετήσια συμβόλαια. Η εταιρεία έχει ως βασική υπόθεση πως ο επιτρεπόμενος δείκτης ζημιών είναι 70%. Επιπλέον, οι ζημιές με έτος ατυχήματος το 2010 έχουν συνολικά ποσά πληρωθεισών 40.000 και ΑΕΖ 8.000 την 31/12/2013, ενώ οι ίδιες ζημιές την 31/12/2014 είναι 64.800 με μηδενικό ΑΕΖ. Ο ετήσιος πληθωρισμός των ζημιών είναι 3%, ο οποίος δεν έχει ληφθεί υπόψη στην εξέλιξη των ζημιών. Η εταιρεία δεν θέλει να αλλάξει τις σχετικότητες μεταξύ των κλάσεων. Δίνονται

Τρέχοντα Rates	Αθήνα	Επαρχία
Ίπποι<=10	200	400
Ίπποι>10	300	600

	Αθήνα	Επαρχία
Ζημιές με έτος ατυχήματος το 2011, την 31/12/2014	21.000	15.000

Δεδουλευμένες ΜΕΚ	Αθήνα	Επαρχία
Ίπποι<=10	100	70
Ίπποι>10	60	20

i. (8 μονάδες) Να βρεθούν τα νέα differential και τα νέα rates ανά περιοχή και ανά κλάση με τη μέθοδο του δείκτη ζημιών (Loss Ratio) και τη μέθοδο του μέσου κόστους (Loss Cost).

ii. (2 μονάδες) Να σχολιαστούν τα αποτελέσματα μεταξύ των μεθόδων.

ΘΕΜΑ 2

Το πλήθος των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή Binomial(m,p) με σ.π.π.,

$\binom{m}{n} p^n (1-p)^{m-n}, 0 \leq p \leq 1, \;\; n = 0,1,\dots,m$ η δε παράμετρος p ακολουθεί κατανομή Beta(α,b) με σ.π.π: $f_p = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} p^{a-1}(1-p)^{b-1}$ και το πλήθος των αποζημιώσεων που παρατηρήθηκαν σε μια περίοδο είναι n.

i.(5 μονάδες) Να υπολογίσετε την κατά Bühlmann εκτίμηση για το ασφάλιστρο

ii.(5 μονάδες) Να υπολογίσετε την ύστερη κατανομή της παραμέτρου p και την κατά Bayes εκτίμηση για το ασφάλιστρο

ΘΕΜΑ 3

Σε ένα χαρτοφυλάκιο αυτοκινήτου έχουν παρατηρηθεί οι ακόλουθες μέσες σφοδρότητες

	Area1	Area2
Cat1	700	300
Cat2	500	200

Δίνεται πως οι κατηγορίες 1 και 2 είναι συμπληρωματικές, δηλαδή σχηματίζουν όλο τον πληθυσμό και το ίδιο ισχύει και για τις περιοχές.

Ακολουθώντας τη διαδικασία GLM

i.(1 μονάδες) Να καθοριστεί ο design matrix X και ο πίνακας των παραμέτρων β.

ii.(1 μονάδες) Αν το σφάλμα ε ακολουθεί την κανονική κατανομή και η link function είναι η ταυτοτική, να καθοριστεί η συνάρτηση πιθανοφάνειας.

iii.(4 μονάδες) Να υπολογιστούν οι παράμετροι β.

iv.(4 μονάδες) Να υπολογιστούν τα predicted values ανά κατηγορία και περιοχή.

Δίνεται για την κανονική κατανομή $f(y;\mu,\sigma^2) = \exp\left\{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2}\ln(2\pi\sigma^2)\right\}$

ΘΕΜΑ 4

Για ένα ομοιογενές χαρτοφυλάκιο δίνονται τα ποσά των πληρωθεισών και εκκρεμών ζημιών, δοθέντος ότι οι πληρωμές γίνονται στο τέλος του έτους.

Έτος Ατυχ			Πληρωθείσες		
2010	120	95	53	11	6
2011	115	99	56	12	
2012	125	98	55		
2013	122	95			
2014	125				

Έτος Ατυχ			Εκκρεμείς		
2010	139	61	14	4	0
2011	152	65	10	5	
2012	134	49	11		
2013	135	48			
2014	125				

i.(1,5 μονάδες) Να υπολογιστεί το αναλογιστικό απόθεμα την 31/12/2014 με τη μέθοδο weighted average Chain Ladder.

ii.(3 μονάδες) Να υπολογιστεί το αναλογιστικό απόθεμα την 31/12/2014 με τη μέθοδο weighted average Chain Ladder, λαμβάνοντας υπόψη ετήσιο επιτόκιο προεξόφλησης 5%.

iii.(4 μονάδες) Να υπολογιστεί το αναλογιστικό απόθεμα την 31/12/2014 με τη μέθοδο weighted average Chain Ladder, λαμβάνοντας υπόψη παρελθοντικό και μελλοντικό ετήσιο πληθωρισμό ίσο με 7%.

iv.(1,5 μονάδες) Να συγκριθούν τα παραπάνω αποτελέσματα και να γίνει μια σύντομη αιτιολόγησή τους.

ΘΕΜΑ 5

A. Έστω μια αντασφαλιστική σύμβαση excess of loss 20xs30, με ROL=20% και 2 επαναφορές στα 200%. Να υπολογιστεί η συνολική συμμετοχή του αντασφαλιστή και το αντασφάλιστρο επαναφοράς για τις ακόλουθες ζημιές:

   i. (2,5 μονάδες) Έστω 4 ζημιές ίσες με 48, 45, 54, 46
   ii. (2,5 μονάδες) Έστω 4 ζημιές ίσες με 38, 35, 29, 37

B. Ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από δύο κατηγορίες ασφαλισμένων. Οι ασφαλισμένοι τύπου A έχουν τις αποζημιώσεις κάθε έτους ομοιόμορφα κατανεμημένες στο διάστημα (0,1) $X|A \sim U(0,1)$ και οι ασφαλισμένοι τύπου B έχουν τις αποζημιώσεις κάθε έτους ομοιόμορφα κατανεμημένες στο διάστημα (0,2), δηλ $X|B \sim U(0,2)$. Ένας ασφαλισμένοι επιλέγεται τυχαία με πιθανότητα επιλογής για κάθε κατηγορία 50%. Αν οι ζημιές του πρώτου έτους είναι ίσες με L να υπολογισθούν:

   i. (2 μονάδες) η μέση τιμή και η διασπορά των αποζημιώσεων για κάθε κατηγορία ασφαλισμένων:
      $E(X|A)$, $Var(X|A)$, $E(X|B)$, $Var(X|B)$
   ii. (2 μονάδες) συντελεστής με τη μέθοδο Bühlmann $Z_{(k)}$
   iii. (1 μονάδα) η εκτίμηση του ασφάλιστρου για το δεύτερο έτος ως συνάρτηση του L με τη μέθοδο Bühlmann