ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ 2014

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΩΝ ΑΣΦΑΛΙΣΕΩΝ

18 ΙΟΥΛΙΟΥ 2014

ΑΠΟΓΕΥΜΑΤΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (12 μ. – 2 μ.μ.)

1. (5 βαθμοί) Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας με εμπειρικά δεδομένα από 3 ασφαλισμένους για τα τελευταία 3 χρόνια.

Έτος		1	2	3
Ασφαλισμένος				
Α	Πλήθος αποζημιώσεων	40	50	
	Μέσο ύψος αποζημίωσης	200	220	
Β	Πλήθος αποζημιώσεων	100	120	120
	Μέσο ύψος αποζημίωσης	200	200	150
Γ	Πλήθος αποζημιώσεων	50	60	
	Μέσο ύψος αποζημίωσης	200	250	

Να υπολογιστεί:

i. (1 βαθμός) Η μέση αποζημίωση για όλα τα έτη για κάθε ασφαλισμένο ξεχωριστά και
η γενική μέση αποζημίωση συνδυάζοντας και τα τρία χαρτοφυλάκια

ii. (2 βαθμοί) Η διασπορά για κάθε ασφαλισμένο ξεχωριστά και η μέση διασπορά συνδυάζοντας και τα τρία χαρτοφυλάκια $\mathrm{E(V)}$

iii. (2 βαθμοί) Η διασπορά των μέσων $\mathrm{V(E)}$ και το ασφάλιστρο με τη μέθοδο Bühlmann-Straub για το 4° έτος για τον ασφαλισμένο Β, αν χρησιμοποιηθούν ως βάρη το πλήθη των αποζημιώσεων

2. (6 βαθμοί) Έστω πως μια ασφαλιστική εταιρεία ο επιτρεπόμενος δείκτης ζημιών είναι 75%, όλα τα συμβόλαια είναι ετήσια και νέα ασφάλιστρα θα εφαρμοστούν από 1/1/2014 έως 31/12/2014. Για τα στοιχεία της εταιρείας γνωρίζουμε πως την τελευταία πενταετία η εταιρεία δεν προέβη σε αυξήσεις / μειώσεις στα rates, τα ετήσια trends είναι 6% για τα ασφάλιστρα και 7% για τις ζημιές, και

Έτος	Δεδουλευμένα Ασφάλιστρα	Μονάδες Έκθεσης στον κίνδυνο	Τελικές Ζημιές
2010	200.000	1.500	150.000
2011	212.000	1.500	162.000
2012	225.000	1.500	175.000

i. (2 βαθμοί) Να υπολογιστούν τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα σε τρέχουσες τιμές.

ii. (2 βαθμοί) Να υπολογιστούν οι τελικές ζημιές με τάση.

iii. (2 βαθμοί) Να υπολογιστεί η ενδεδειγμένη αλλαγή στο rate.

3. (6 βαθμοί) Μια ασφαλιστική εταιρεία που καταρτίζει ισολογισμούς την 31/12 κάθε έτους, κάνει υπολογισμό των αποθεμάτων βάσει της μεθόδου Chain Ladder weighted average κατά την 30/6/2014. Δίνονται

Πληρωθείσες	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
2010	2.000	177	9	2	1
2011	1.900	167	10	2	
2012	1.800	155	6		
2013	1.900	80			
2014 την 30/6	980				

Εκκρεμείς	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
2010	122	8	0	0	-
2011	134	10	3	0	
2012	107	13	5		
2013	106	9			
2014 την 30/6	67				

i. (3 βαθμοί) Ποιό είναι το επιπλέον απόθεμα που η ασφαλιστική θα πρέπει να κρατήσει βάσει της μεθόδου;

ii. (3 βαθμοί) Σχολιάστε την καταλληλότητα της μεθόδου επισημαίνοντας τις υποθέσεις που ενδεχομένως παραβιάζονται και προτείνετε τρόπους αντιμετώπισης. Με βάση τις προτάσεις σας, υπολογίστε εκ νέου το επιπλέον απόθεμα. Αν ήσασταν ο αναλογιστής της εταιρείας ποιους συντελεστές εξέλιξης θα επιλέγατε, γιατί και πόσο θα ήταν σε αυτή την περίπτωση το επιπλέον απόθεμα.

4. (5 βαθμοί) Για τις συνολικές αποζημιώσεις S ενός χαρτοφυλακίου ισχύουν τα ακόλουθα:

Το πλήθος των αποζημιώσεων N ακολουθεί Poisson και η σφοδρότητα X έχει κατανομή με σ.π.π.:

$$\mathrm{f(x)} = \frac{5}{2}x^{-\frac{7}{2}},\ x > 1$$

i. (1 βαθμός) Να βρεθεί το απαιτούμενο πλήθος συμβάντων για να εξασφαλισθεί πλήρης αξιοπιστία για το πλήθος των αποζημιώσεων N, έτσι ώστε το συνολικό πλήθος αποζημιώσεων να βρίσκεται εντός του αναμενόμενου πλήθους αποζημιώσεων με περιθώριο ασφάλειας $\theta_1 = 5\%$ και με πιθανότητα $\alpha_1 = 98\%$.
ii. (2 βαθμοί) Να βρεθεί η αναμενόμενη τιμή και η διασπορά για την τ.μ. X
iii. (2 βαθμοί) Αν το απαιτούμενο πλήθος συμβάντων για να εξασφαλισθεί πλήρης αξιοπιστία για το πλήθος των αποζημιώσεων N είναι ακριβώς ίσο με το απαιτούμενο πλήθος συμβάντων για να εξασφαλισθεί πλήρης αξιοπιστία για το συνολικό κόστος των αποζημιώσεων S, έτσι ώστε το συνολικό κόστος των αποζημιώσεων να βρίσκεται εντός του αναμενόμενου συνολικού κόστους αποζημιώσεων με περιθώριο ασφάλειας θ_2 και με πιθανότητα $\alpha_1 = 95\%$, να υπολογιστεί το θ_2 .

Να χρησιμοποιηθεί η κανονική προσέγγιση. ($z_{0.01} = 2{,}327$, $z_{0.025} = 1.96$)

5. (7 βαθμοί) Για τα ακόλουθα σωρευτικά δεδομένα πληρωθεισών ζημιών, και υπό την υπόθεση μιας παραμέτρου για κάθε έτος συμβάντος και μιας για κάθε έτος εξέλιξης, να γίνει εκτίμηση των εκτιμητών $\hat{y}$, με τη μεθοδολογία της στοχαστικής αποθεματοποίησης (stochastic reserving).

Έτος Ατυχήματος	0	1	2
2011	102,1582	152,9166	166,6827
2012	76,1621	106,3892	
2013	69,1787		

6. (9 βαθμοί) Η εταιρεία σκέφτεται να αναπροσαρμόσει τα ασφάλιστρα της αστικής ευθύνης αυτοκινήτων από 1/1/2014 και να τα κρατήσει σταθερά για όλο το 2014. Ο αναλογιστής της εταιρείας αποφάνθηκε πως το καταληλότερο έτος για να βασίσει την εργασία του είναι το 2010. Η εταιρεία έχει καταβάλλει συνολικά 12.820.735 Ευρώ σε αποζημιώσεις για ζημιές που συνέβησαν το 2010 και έχει κλείσει οριστικά τους φακέλους. Τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα για το 2010 ήταν 18.315.345 Ευρώ. Ο ετήσιος πληθωρισμός διαμορφώθηκε σε 1% (2010), 1,8% (2011), 1,6% (2012), 2% (2013) και εκτιμάται σε 2,2% (2014). Τα συμβόλαια έχουν εξαμηνιαία διάρκεια και η σύνθεση του χαρτοφυλακίου δεν έχει μεταβληθεί. Η εταιρεία έχει προβεί σε αύξηση τιμολογίου 7% την 1/10/2010 και σε μείωση4% την 1/1/2012.Να υπολογιστεί ο δείκτης ζημιών για το 2010 και για το 2014. Πόσο πρέπει να αναπροσαρμόσει τα ασφάλιστρα η εταιρεία από 1/1/2014, έτσι ώστε ο δείκτης ζημιών να παραμείνει ίσος με αυτόν του 2010;

7. (6 βαθμοί)

i. (2 βαθμοί) Να αποδείξετε ότι η επιλογή του ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος ως συνάρτηση απώλειας προς ελαχιστοποίηση οδηγεί στην επιλογή του μέσου της ύστερης κατανομής ως πρόβλεψη. Στην περίπτωση αυτή ποια είναι η ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει η συνάρτηση απώλειας;

ii. (4 βαθμοί) Η παράμετρος λ έχει πρότερη κατανομή με σ.π.π. π(λ)=2λ για 0<λ<1. Η δεσμευμένη κατανομή του X δοθέντος του λ είναι ομοιόμορφη στο διάστημα (0, λ).

   a. Να αποδειχθεί ότι η περιθώρια κατανομή του X, $f_x(x)$ = 2(1- x) και η ύστερη κατανομή του λ $\pi(\lambda|x) = \frac{1}{1-x}$.

   b. Έστω ότι από παρατήρηση του X την πρώτη περίοδο προέκυψε ότι $X_1 = x$. Να υπολογισθεί το κατά Bayes ασφάλιστρο $E(X_2|X_1 = x)$

8.

i. (3 βαθμοί) Να αναφέρετε για την αστική ευθύνη προϊόντων, τις σημαντικότερες καλύψεις, το μέτρο έκθεσης στον κίνδυνο (exposure) και τα σημαντικότερα risk factors και rating factors.

ii. (3 βαθμοί) Επιπλέον να αναφέρετε τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου Φ/Φ.