ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 4 Φεβρουαρίου 2019	**Πρωί:**		**Απόγευμα:**	**x**
Θεματική ενότητα:Ποσοτικοποίηση & Αναλογιστική Διαχείριση των Κινδύνων				

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!!!!

Άσκηση 1η

Μιά εταιρεία δραστηριοποιείται σε 4 κλάδους οι ζημιές των οποίων μπορεί μοντελοποιηθούν χρησιμοποιώντας τον παράγοντα κινδύνου $Z \sim \mathrm{Exp}(1)$ βάσει των απεικονίσεων κινδύνου
$X_1 = \exp(\lambda_1 Z)-1$, $X_2 = \exp(\lambda_2 Z)-1$, $X_3 = \exp(\lambda_3 Z)-1$ και $X_4 = \exp(\lambda_4 Z)-1$
με $\lambda i > 0$, $i = 1,\cdots,4$.
Α.(**2 Βαθμοί**) Υπολογίστε την αξία σε κίνδυνο για κάθε μια απο τις θέσεις αυτές συναρτήσει των λi σε επίπεδο εμπιστοσύνης α.
Β.(**2 Βαθμοί**) Ποια είναι η copula που συνδέει αυτές τις ζημιές. Αιτιολογείστε πλήρως την απάντηση σας υπολογίζοντας την κάνοντας χρήση του θεωρήματος του Sklar
Γ.(**3 Βαθμοί**) Υπολογιστε την $AVaR_a(X_i)$ όπου $0 < \lambda i < 1$.
Δ.(**2 Βαθμοί**)Υπολογίστε την $VaR_a(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$ και την $AVaR_a(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$ Ε.(**1 Βαθμοί**)Πιστεύετε ότι η εταιρεία μπορεί να διαφοροποιήσει την θέση της σε αυτή την περίπτωση.

Άσκηση 2η

Α) .(**3 Βαθμοί**) Να αναφερθούν οι αρμοδιότητες της αναλογιστικής λειτουργίας αναφορικά με την αντασφάλιση και την ανάληψη κινδύνων.

Β) .(**3 Βαθμοί**) Ποιος ο σκοπός ανάπτυξης πολιτικής διαχείρισης κινδύνων από την ασφαλιστική εταιρεία.

Γ) .(**4 Βαθμοί**) Να αναφερθούν τα πλεονεκτήματα που καθιστούν απαραίτητη την ανάλυση των πηγών κερδοφορίας στις μακροπρόθεσμες ασφαλίσεις ζωής.

Άσκηση 3η

Στο επιχειρηματικό πλάνο νεοσύστατης ασφαλιστικής εταιρείας, προβλέπεται η πρόσκτηση, κατά το 1ο έτος λειτουργίας της, χαρτοφυλακίου ασφαλίσεων πρόσκαιρης ασφάλισης θανάτου που αποτελείται από 22.000 συμβόλαια 3ετούς διάρκειας, με ασφαλισμένο κεφάλαιο25.000€ ανά συμβόλαιο. Σύμφωνα με το τεχνικό σημείωμα, στην τιμολόγηση του προϊόντος έχει ληφθεί υπόψη θνησιμότητα κατ΄ έτος 0,75%ο, ανεξαρτήτως της ηλικίας του ασφαλισμένου, και τεχνικό επιτόκιο 2%. Τα προβλεπόμενα έξοδα πρόσκτησης και διαχείρισης ανέρχονται στο 24% του εμπορικού ασφαλίστρου.

Η ανάληψη όλων των κινδύνων, πραγματοποιείται στην αρχή του οικονομικού έτους, με την εφάπαξ καταβολή των ασφαλίστρων. Την ίδια στιγμή, από τα καταβαλλόμενα ασφάλιστρα, και μετά την αφαίρεση των εξόδων πρόσκτησης και διαχείρισης, αγοράζονται με το 50% του υπολοίπου,ομόλογα υπολειπόμενης διάρκειας τεσσάρων ετών, χωρίς κουπόνι και περιθώριο κινδύνου (spread) 1,5% και με τα υπόλοιπα χρήματα μετοχές, η απόδοση των οποίων είναι διπλάσια αυτής των ομολόγων. Στα ίδια στοιχεία επενδύσεων,και με την ίδια αναλογία, επενδύεται και το μετοχικό κεφάλαιο της ασφαλιστικής εταιρείας που ανέρχεται σε ποσό 1 εκ. €.

Εντός της πρώτης οικονομικής χρήσης, δεν παρουσιάζεται καμία ζημιά, ωστόσο για την συγκρότηση των τεχνικών προβλέψεων στο τέλος της χρήσης, ο αναλογιστής λαμβάνει υπόψη θνησιμότητα σε ποσοστό 75% αυτής του τεχνικού σημειώματος και έξοδα διαχείρισης 0,01% επί των ασφαλισμένων κεφαλαίων.Το ετήσιο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο είναι 1,25%.

Να υπολογισθούν:

Α) **(5 βαθμοί)** το ποσοστό αύξησης των ιδίων κεφαλαίων της ασφαλιστικής εταιρείαςστο τέλος της πρώτης οικονομικής χρήσης.

Β) **(5 βαθμοί)** Να υπολογιστεί ο δείκτης κάλυψης της συνολικής κεφαλαιακής απαίτησης έχοντας υπόψη ότι αυτή υπολογίζεται: i) για τον ασφαλιστικό κίνδυνο με την αύξηση κατά 15% της τεχνικής πρόβλεψης, ii) για τον κίνδυνο μετοχών σε ποσοστό 30% επί της τρέχουσας αξίας, iii) για τον κίνδυνο επιτοκίου με την αύξηση κατά 1,5% του επιτοκίου χωρίς κίνδυνο. Ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των ενοτήτων των κινδύνων είναι 25%.

Άσκηση 4η

Το τμήμα σχεδιασμού συμβολαίων της εταιρείας σας σκέφτεται να εισάγει ένα νέο συνταξιοδοτικό σχήμα το οποίο θα λειτουργεί ως εξής: Ο ασφαλισμένος θα πληρώνει κάποιο σταθερό ποσό ετησίως το οποίο και θα πιστώνεται στον προσωπικό του λογαριασμό. Το σχήμα αυτό υπόσχεται σταθερή μέση ετήσια απόδοση απόδοση :

y ={$\theta min\{y_1, \dots y_T\} + (1-\theta)y_0\}^{1/T} - 1$ όπου y_0 είναι γνωστή (προσυμφωνημένη) ετήσια απόδοση (π.χ. y = 1.5%) , y1,⋯,yT είναι οι παρατηρούμενες τιμές κάποιου ομολογιακού δείκτη για τα επόμενα έτη μέχρι την ωριμανση του συμβολαίου και θ ∈ (0,1) είναι ένα προσυμφωνημένο ποσοστο, υπο την έννοια ότι η υποχρέωση της εταιρείας στον ασφαλισμένο θα είναι την χρονική στιγμή της ωρίμανσης T, ίση προς L = $T(1+y)^T$ (δηλ. σαν το συνολικό ποσό να είχε τοποθετηθεί στην αρχή της περιόδου και να τοκιστεί με απόδοση y). Προφανώς, την στιγμή που συνάπτεται το συμβόλαιο t = 0, είναι άγνωστες οι τιμες $y_1 \cdot\cdot, y_{30}$, όμως γνωρίζουμε πως είναι ανεξάρτητες και όμοια κατανεμημένες και ακολουθούν την εκθετική κατανομή yi ~ Exp(λ). Με την ιδιότητα σας ως αναλογιστή και υπεύθυνου διαχείρισης κινδυνου της εταιρείας, σας ζητούν να αξιολογήσετε τον κίνδυνο απο το προτεινομενο συμβόλαιο και συγκεκριμένα:

Α.**(2 Βαθμοί)** Συναρτήσει των παραμέτρων του προβλήματος υπολογίστε την αξία σε κίνδυνο σε επίπεδο εμπιστοσύνης α% για το συμβόλαιο αυτό (απο την πλευρά της εταιρείας και χωρίς να υπολογίσετε τις εισφορές), για την προεξοφλημένη υποχρέωση αν σαν παράγοντα προεξόφλησης για πιο απλά πάρουμε την απόδοση y_0.

Β.**(4 Βαθμοί)** Ομοίως για το $AVaR_a$ του συμβολαίου. Δίνεται ότι $\int \ln(x)\,dx = xlnx - x$ και $\lim_{x\to 0} xlnx = 0$.

Γ. **(2 Βαθμοί)** Μετά την απάντηση σας ο υπεύθυνος σχεδιασμού αποφασίζει να προχωρήσει στον σχεδιασμό του συμβολαίου ως εξής: Το συμβόλαιο υπόσχεται στην ωρίμανση του ένα εφ'απαξ ποσό που αντιστοιχεί σε 1000 ευρώ το έτος τοποθετημένα σε ένα προσωπικό λογαριασμό ο οποίο θα αποδίδει κάθε ετος εκ των υστέρων (a posteriori) μέση απόδοση ίση με

y ={$\theta min\{y_1, \dots y_T\} + (1-\theta)y_0\}^{1/T} - 1$ με θ = 0.5, y0 = 0.03 και $y_i \sim$ Exp(λ) με λ = 1/0.035.

Ο ασφαλισμένος για να αποκτήσει αυτό το συμβόλαιο θα πρέπει να πληρώνει ετησίως

ασφάλιστρο ίσο προς Α. Η ερώτηση που σας κάνει είναι να υπόλογίσετε το ασφάλιστρο, για ένα συμβόλαιο 30 ετίας χρησιμοποιώντας τα παραπάνω μέτρα κινδυνου. Κάντε ορισμένες προτάσεις

Δ **.(2 Βαθμοί)** Δείξτε ότι $VaR_a(X) = argmin_{t\in R}\{E[(X-t)^+] + (1-a)t\}$ και δώστε με βάση αυτό το αποτέλεσμα μια οικονομική ερμηνεία για το $VaR_a(X)$.

Άσκηση 5η

Ασφαλιστική εταιρεία που εξειδικεύεται στην ασφάλιση αστικής ευθύνης αυτοκινήτων διαχειρίζεται χαρτοφυλάκιο 105.000 οχημάτων και στο τέλος κάθε οικονομικού έτους δεν παραμένουν μη δεδουλευμένοι κίνδυνοι. Πληροφορίες για το χαρτοφυλάκιο συνοψίζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Έτος	Ασφαλισμένα οχήματα	Ασφάλιστρα (€)	Έξοδα Πρόσκτησης (€)	Έξοδα διαχείρισης (€)
2015	90.000	18.000.000	2.700.000	1.980.000
2016	95.000	19.475.000	2.921.250	2.142.250
2017	100.000	21.000.000	3.150.000	2.310.000
2018	105.000	22.575.000	3.386.250	2.483.250

Στις **31.12.2018**, τα στοιχεία των συνολικών πληρωθεισών αποζημιώσεων κατ' έτος (€), με βάση τα οποία εκτιμώνται οι ασφαλιστικές υποχρεώσεις της ασφαλιστικής εταιρείας, αποτυπώνονται στον ακόλουθο πίνακα:

	Έτος εξέλιξης			
Έτος Συμβάντος	0	1	2	3
2015	9.580.000	10.200.000	10.490.000	10.783.720
2016	10.500.000	11.180.000	11.531.400	
2017	11.150.000	12.036.100		
2018	12.500.000			

Α**) (2 βαθμοί)** Να υπολογισθεί η τεχνική πρόβλεψη εκκρεμών ζημιών με τη μέθοδο chain-ladder, με την υπόθεση ότι η καταβολή των αποζημιώσεων πραγματοποιείται στο τέλος του έτους, γνωρίζοντας ότι το ετήσιο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο είναι 2%, ενώ δεν υπολογίζεται περιθώριο κινδύνου.

Β) **(5 βαθμοί)** Για την κατάρτιση του επιχειρηματικού σχεδίου του επομένου έτους η διοίκηση της ασφαλιστικής εταιρείας εξετάζει δύο εναλλακτικές προτάσεις:

i) Την προσαρμογή του εμπορικού ασφαλίστρου του έτους 2019 σε σχέση με το εμπορικό ασφάλιστρο του 2018 σύμφωνα με την αναλογία το δείκτη ζημιάς που προκύπτει από το τελικό κόστος αποζημιώσεων προς τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα του έτους 2018 προς τον δείκτη ζημιάς που προκύπτει από το άθροισμα του κόστους αποζημιώσεων προς τα δεδουλεμένα ασφάλιστρα των τεσσάρων τελευταίων ετών.Η επιβάρυνση του ασφαλίστρου για τα έξοδα πρόσκτησης και διαχείρισης λαμβάνεται στην ίδια αναλογία που προκύπτει κατ' έτος από τα ιστορικά στοιχεία.Το πλήθος των ασφαλισμένων οχημάτων προβλέπεται να διατηρηθεί στο ίδιο επίπεδο.

ii) Τη μείωση, του εμπορικού ασφαλίστρου κατά 10%,σε σχέση με εκείνο που προκύπτει από την πρόταση i), ενέργεια που αναμένεται να έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση κατά 30% των ασφαλισμένων οχημάτων. Στην περίπτωση αυτή, προβλέπεται αύξηση κατά 0,5% της συχνότητας ζημιών και κατά 1% της μέσης αποζημίωσης.

Και στις δύο προτάσεις η αποπληρωμή των αποζημιώσεων αναμένεται να ακολουθήσει το ίδιο μοτίβο.

Για τις εναλλακτικές προτάσεις i) και ii) να υπολογισθεί το εμπορικό ασφάλιστρο, οι τεχνικές προβλέψεις στο τέλος του 2019 καθώς και ο δείκτης τεχνικού αποτελέσματος, προς ασφάλιστρα τις χρήσης, λαμβάνοντας υπόψη έσοδα επενδύσεων ποσού 200 χιλ. €

Γ) **(βαθμοί 3)** Γνωρίζοντας ότι η κεφαλαιακή επιβάρυνση της εταιρείας για τον ασφαλιστικό κίνδυνο υπολογίζεται με βάση τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα της χρήσης, σε ποσοστό 10% αυτών, και τις τεχνικές προβλέψεις της χρήσης, σε ποσοστό 15%, καθώς και ότι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των δύο κινδύνων ανέρχεται σε 50%, να υπολογισθεί η διαφορά της κεφαλαιακής επιβάρυνσης μεταξύ των δύο προτάσεων.