ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ** **ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**				
Ημερομηνία: 24-6-2021	**Πρωί:**	**x**	**Απόγευμα:**		
Θεματική ενότητα: Χρηματοοικονομικά πρότυπα, Κωδ. Αε					

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΕ ΟΛΟΥΣ !!!!!!!!

1. Ένα συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης (future), λήγει μετά από T περιόδους. Ποια είναι η αναμενόμενη αξία του τη χρονική στιγμή t (0 <t<T) εάν η υποκείμενη στο συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης μετοχή S, εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brown με συντελεστές r και σ, όπου rη ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού;

   (**Α**)0 (**Β**)S_0e^t (**Γ**) S_0e^{rt} (**Δ**) $S_0(e^{rt}-1)$ (**Ε**) $S_0\left(e^{r(T-t)}-1\right)$

2. Ένα διετές ψηφιακό δικαίωμα αγοράς (call digital option) τιμολογείται με τρόπο που δεν επιφέρει βέβαιο κέρδος (arbitrage) έναντι ποσού 0,837508. Αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 2%, ποια είναι η πιθανότητα το δικαίωμα να ασκηθεί στη λήξη του;

   (Α) 79,19% **(Β)** 80,22% **(Γ)** 83,75% **(Δ)** 85,34% **(Ε)** 87,17%

3. Για τις τιμές των μετοχών A και B ισχύουν:
   $A_t = 20e^{0,19\cdot t+0,40\cdot W_t}$και $B_t = 8e^{0,09875\cdot t+0,15\cdot W_t}$, όπου W_t ανέλιξη Wiener με κοινές τιμές και για τις δύο μετοχές. Ένα τετραετές συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης (future) επί της μετοχής A, τι αξία έχει στο τέλος της τρίτης περιόδου, αν η τιμή της τότε είναι 23;

   (Α) 1,8716 **(Β)** 1,9293 **(Γ)** 2,1119 **(Δ)** 2,1482 **(Ε)** 2,3912

4. Πως εκφράζεται το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο από την αγορά μιας μετοχής Χ για χρόνο t, σε επίπεδο σημαντικότητας α, σε σχέση με την αναμενόμενη τιμή και τη διασπορά της μετοχής τη χρονική στιγμή t, όταν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι r; Η μετοχή εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brown.

(**Α**)$X_0 e^{rt} - e^{\sigma\sqrt{t}N^{-1}(1-\alpha)} \cdot \frac{[E(X_t)]^2}{\sqrt{Var(X_t) + [E(X_t)]^2}}$

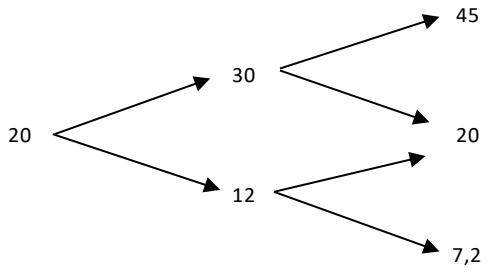
(**Β**)$X_0 e^{rt} - e^{\sigma\sqrt{t}N^{-1}(1-\alpha)} \cdot \frac{E(X_t)}{\sqrt{Var(X_t) + [E(X_t)]^2}}$

(**Γ**)$X_0 e^{rt} - e^{\sigma\sqrt{t}N^{-1}(1-\alpha)} \cdot \frac{[E(X_t)]^2}{\sqrt{Var(X_t) + 2 \cdot [E(X_t)]^2}}$

(**Δ**)$X_0 e^{rt} - e^{\sigma\sqrt{t}N^{-1}(1-\alpha)} \cdot \frac{E(X_t)}{\sqrt{Var(X_t) + 2 \cdot [E(X_t)]^2}}$

(**Ε**)$X_0 e^{rt} - e^{\sigma\sqrt{t}N^{-1}(1-\alpha)} \cdot \frac{E(X_t)}{\sqrt{2 \cdot (Var(X_t) + [E(X_t)]^2)}}$

5. Στο παρακάτω διωνυμικό δένδρο που δείχνει την τιμή μιας μετοχής στις επόμενες δύο περιόδους, να δοθεί η τιμή διετούς ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς (call option) οποία δεν επιφέρει βέβαιο κέρδος (arbitrage). Η τιμή άσκησης είναι 7,50 και το ακίνδυνο επιτόκιο 5%.



(**Α**) 11,37149 (**Β**) 12,92921 (**Γ**) 13,2759 (**Δ**) 14,1723 (**Ε**) 15,0021

6. Η μετοχή S, με αρχική τιμή 20, εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brownμε συντελεστές $\mu = 1{,}40\%$ και $\sigma = 28\%$. Το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 1,20%. Για ποιο διάστημα διακράτησης μίας μετοχής το κεφάλαιο που διακινδυνεύεται, θα είναι ίσο με το αρχικά επενδυόμενο κεφάλαιο με βεβαιότητα 99%; Δίνεται N(-2,32635) = 0,01.

(Α) 5,249 **(Β)** 6,351 **(Γ)** 7,111 **(Δ)** 8,961 **(Ε)** 9,171

7. Αν σε μια γεωμετρική κίνηση Brown X_t , η αναμενόμενη τιμή και η τυπική απόκλιση της ανέλιξης σε 5 περιόδους από τώρα είναι 14,657 και 5,058 αντίστοιχα, ποιος είναι ο συντελεστής διάχυσης σ της X_t;

(Α) 14% **(Β)** 15% **(Γ)** 16% **(Δ)** 17% **(Ε)** 18%

8. Αν η ανέλιξη Wiener W_tπάρει τη χρονική στιγμή 5 την τιμή 1,71 ποια είναι η τιμή που μπορεί να πάρει τη χρονική στιγμή 5,0001;

(Α) 1,716 **(Β)** 1,717 **(Γ)** 1,718 **(Δ)** 1,719 **(Ε)** 1,720

9. Αν η τιμή της μετοχής A, που σήμερα αξίζει α, στο τέλος της περιόδου ανέβει σε α(1+i) , 0 <i< 1, τότε η τιμή της μετοχής B, που σήμερα αξίζει b, θα κατέβει σε b(1-j) , 0 <j<1. Αν όμως η τιμή της μετοχής A στο τέλος της περιόδου κατέβει σε α(1-i), η τιμή της μετοχής B θα ανέβει σε b(1+j). Αν έχουμε στην κατοχή μας μία μετοχή A με πόσες μετοχές B θα γίνει αντιστάθμιση (hedging) έναντι του κινδύνου πτώσης της τιμής της μετοχής A;

(Α) $\frac{\alpha}{b}$ **(Β)** $\frac{\alpha(1+i)}{b(1+j)}$ **(Γ)** $\frac{\alpha \cdot i}{b \cdot j}$ **(Δ)** $\frac{b \cdot j}{\alpha \cdot i}$ **(Ε)** $\frac{b(1-j)}{\alpha(1-i)}$

10. Αν ένας επενδυτής επιθυμεί για το χαρτοφυλάκιό του απόδοση μεγαλύτερη από r_0ποια συνθήκη πρέπει να ικανοποιεί το βήτα (beta)του χαρτοφυλακίου β_P , αν r_f είναι το ακίνδυνο επιτόκιο και r_M η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς;

(Α) $\beta_P > \frac{r_f - r_0}{r_f - r_M}$ **(Β)** $\beta_P > \frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_f}$ **(Γ)** $\beta_P > \frac{r_0}{r_f - r_M}$ **(Δ)** $\beta_P > \frac{r_0 - r_f}{r_f - r_M}$ **(Ε)** $\beta_P > \frac{1}{r_M r_f}$

11. Στο πρότυπο Markowitz, στο οποίο για την απόδοση μιας μετοχής σε σχέση με την απόδοση της αγοράς ισχύει $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i$, το βήτα (beta) της μετοχής i είναι ίσο με

(Α) $\frac{1}{\rho_{i,M}} \cdot \frac{Var(R_i) - Var(\varepsilon_i)}{\sqrt{Var(R_M)}}$ **(Β)** $\frac{1}{\rho_{i,M}} \cdot \frac{Var(R_i) - Var(\varepsilon_i)}{\sqrt{Var(R_i)}}$ **(Γ)** $\frac{1}{\rho_{i,M}} \cdot \frac{Var(R_i) - Var(\varepsilon_i)}{\sqrt{Var(R_i)}\sqrt{Var(R_M)}}$

(Δ) $\frac{1}{\rho_{i,M}} \cdot \frac{Var(R_i) - Var(\varepsilon_i)}{\sqrt{Var(R_i)} + \sqrt{Var(R_M)}}$ **(Ε)** $\frac{1}{\rho_{i,M}} \cdot \frac{Var(R_i) - Var(\varepsilon_i)}{\sqrt{Var(R_i)} - \sqrt{Var(R_M)}}$

12. Οι τιμές των μετοχών Α, Β και Γ διαμορφώθηκαν τα τελευταία έτη ως εξής:

	Α	Β	Γ
31/12/2020	16,06	14,00	50,00
31/12/2019	14,05	10,10	36,00
31/12/2018	10,02	8,00	30,00
31/12/2017	9,50	7,40	28,00

Βάσει των παραπάνω δεδομένων ποια μετοχή κυριαρχεί (dominates) έναντι των άλλων;

(Α) Η μετοχή Α **(Β)** Η μετοχή Β **(Γ)** Η μετοχή Γ **(Δ)** Καμία

(Ε) Τα δεδομένα είναι ελλιπή

13. Σε μια γεωμετρική κίνηση Brown X_t, με συντελεστή διάχυσης σ, η αναμενόμενη τιμή της ανέλιξης είναι f(σ) και η διασπορά της g(σ). Αν ο συντελεστής διάχυσης μεταβληθεί κατά 0,1‰ , η διασπορά της ανέλιξης θα μεταβληθεί κατά

(Α) $0{,}0002 \cdot \sigma \cdot t \cdot \left(\sqrt{g(\sigma)} - \left(f(\sigma)\right)^2\right)$ **(Β)** $0{,}0002 \cdot \sigma \cdot t \cdot \left(\sqrt{g(\sigma)} - f(\sigma)\right)^2$

(Γ) $0{,}0002 \cdot \sigma \cdot t \cdot \left(\left(g(\sigma)\right)^2 - f(\sigma)\right)$ **(Δ)** $0{,}0002 \cdot \sigma \cdot t \cdot \left(\left(f(\sigma)\right)^2 + g(\sigma)\right)$

(Ε) $0{,}0002 \cdot \sigma \cdot t \cdot \left(f(\sigma) + \sqrt{g(\sigma)}\right)^2$

14. Κεφάλαιο Κ επενδύεται για την δημιουργία χαρτοφυλακίου με την αγορά της μετοχής Χ σε ποσοστό α και της μετοχής Υ σε ποσοστό 1-α. Οι δύο μετοχές εκτελούν αριθμητική κίνηση Brownμε στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις $dX_t = \mu_1 dt + \sigma_1 dW_t$ και $dY_t = \mu_2 dt + \sigma_2 dW_t$, όπου W_t ανέλιξη Wiener με κοινές τιμές και για τις δύο μετοχές. Αν οι σημερινές τιμές των μετοχών είναι X_0και Y_0 και η αξία του χαρτοφυλακίου τη χρονική στιγμή tείναι P_t , ποια είναι η διασπορά της απόδοσης $\frac{P_t}{P_0}$;

(Α) $\left(\frac{\alpha\sigma_1}{X_0} + \frac{(1-\alpha)\sigma_2}{Y_0}\right)^2 \cdot t$ **(Β)** $\left(\frac{\alpha\sigma_2}{X_0} + \frac{(1-\alpha)\sigma_1}{Y_0}\right)^2 \cdot t$ **(Γ)** $\left(\frac{(1-\alpha)\sigma_1}{X_0} + \frac{\alpha\sigma_2}{Y_0}\right)^2 \cdot t$

(Δ) $\left(\frac{(1-\alpha)\sigma_2}{X_0} + \frac{\alpha\sigma_1}{Y_0}\right)^2 \cdot t$ **(Ε)** $\left(\frac{(1-\alpha)\sigma_1 + \alpha\sigma_2}{X_0 Y_0}\right)^2 \cdot t$

15. Τρείς ανεξάρτητες μεταξύ τους μετοχές χαρακτηρίζονται από τα εξής ζεύγη απόδοσης - κινδύνου (τυπική απόκλιση) : (8% , 15%) , (30% , 31%) , (24% , 28%).Ο επενδυτής Ε έχει δύο επιλογές: Είτε να κρατήσει τη μετοχή με την καλύτερη απόδοση, είτε να σχηματίσει χαρτοφυλάκιοελάχιστης διασποράς από τις τρείς μετοχές, με απόδοση τη μέγιστη απόδοση των μετοχών. Αν επιλέξει τη δεύτερη δυνατότητα, ποια θα είναι η ποσοστιαία μείωση του κινδύνου σε σχέση με την πρώτη;

(Α) 20,77% **(Β)** 21,77% **(Γ)** 22,77% **(Δ)** 23,77% **(Ε)** 24,77%

16. Εταιρία αντί να εισπράξει τις χρονικές στιγμές $t = 1$ και $t = 3$ από 1€, προτιμά να εισπράξει ένα ισοδύναμο ποσό στη μέση διάρκεια των δύο παραπάνω πληρωμών, έτσι ώστε οι παρούσες αξίες να είναι ίδιες. Αν v ο προεξοφλητικός παράγοντας, ποιο είναι το ισοδύναμο ποσό;

(Α) $\sqrt[1-v^2]{v^{2v^2}} - \sqrt[1-v^2]{v^{-2}}$ **(Β)** $\sqrt[1-v^2]{v^{2v^2}} + \sqrt[1-v^2]{v^{-2}}$ **(Γ)** $\sqrt[1-v^2]{v^{-2v^2}} + \sqrt[1-v^2]{v^{2}}$

(Δ) $\sqrt[1+v^2]{v^{2v^2}} + \sqrt[1+v^2]{v^{-2}}$ **(Ε)** $\sqrt[1+v^2]{v^{-2v^2}} + \sqrt[1+v^2]{v^{2}}$

17. Τράπεζα εκδίδει σήμερα σειρά ομολόγων για όλες τις διάρκειες. Τα ομόλογα έχουν ονομαστική αξία 1 και είναι χωρίς κουπόνια. Αν P_t το κόστος ενός τέτοιου ομολόγου διάρκειας t, σε ποιο ποσό θα συσσωρευτεί 1€ (στο $t = 0$), μετά από χρόνο t;

(Α) $e^{-\int_0^t \ln P_s ds}$ **(Β)** $e^{\int_0^t \ln P_s ds}$ **(Γ)** $e^{-\int_0^t d\ln P_s}$ **(Δ)** $e^{\int_0^t d\ln P_s}$ **(Ε)** $e^{\int_0^t P_s ds}$

18. Η μετοχή Α με σημερινή αξία 100, έχει πιθανότητα 99% σε δύο ακριβώς χρόνια να υπερβεί την τιμή 30. Επενδυτής αγοράζει σήμερα μια μετοχή Α και ένα διετές ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς (calloption) επί της μετοχής Α, με τιμή άσκησης 25 έναντι 10€. Ποιο είναι το συνολικό κεφάλαιο που διακινδυνεύεται για δύο χρόνια με πιθανότητα 99%; Το επιτόκιο είναι 2%.

(Α) 69,444 **(Β)** 72,444 **(Γ)** 79,444 **(Δ)** 84,444 **(Ε)** 89,444

19. Στο πρότυπο Vasicek, αν ο μακροπρόθεσμος μέσος του επιτοκίου είναι 14%, η διασπορά του μακροπρόθεσμου επιτοκίου είναι 6,25%, το ισοδύναμο αποτελεσματικό επιτόκιο για ομόλογα χωρίς κουπόνια με λήξη στο διηνεκές είναι 1,5% και το σημερινό επιτόκιο είναι 5%, ποιο είναι το ισοδύναμο αποτελεσματικό επιτόκιο για ομόλογα χωρίς κουπόνια με λήξη σε 4 περιόδους;

(Α) 5,35% **(Β)** 5,25% **(Γ)** 5,15% **(Δ)** 5,05% **(Ε)** 4,95%

20. Το χαρτοφυλάκιο της αγοράς που αποτελείται από nμετοχές, έχει απόδοση r_Mκαι κίνδυνο σ_M. Αν στο χαρτοφυλάκιο των n μετοχών προστεθεί και ένα ακίνδυνο στοιχείο, τότε σε επίπεδο κινδύνου σ αντιστοιχεί απόδοση r. Ποια είναι η αξία ομολόγου χωρίς κουπόνια που καταβάλει 1€ σε χρόνο t;

(Α) $\left(\frac{\sigma_M r_M + \sigma r}{\sigma(1+r_M) - \sigma_M(1+r)}\right)^t$ **(Β)** $\left(\frac{\sigma r_M + \sigma_M r}{\sigma(1+r_M) - \sigma_M(1+r)}\right)^t$ **(Γ)** $\left(\frac{\sigma + \sigma_M}{\sigma(1+r_M) - \sigma_M(1+r)}\right)^t$

(Δ) $\left(\frac{\sigma r_M - \sigma_M r}{\sigma(1+r_M) - \sigma_M(1+r)}\right)^t$ **(Ε)** $\left(\frac{\sigma - \sigma_M}{\sigma(1+r_M) - \sigma_M(1+r)}\right)^t$

21. Αν η ανέλιξη W_tείναι **P –** Wiener, τότε η ανέλιξη $W_t + \frac{t^3}{3}$ μπορεί να γίνει **Q** – Wiener όταν η παράγωγος Radon – Nikodym $\frac{d\mathbf{Q}}{d\mathbf{P}}$είναι ίση με

(Α)$e^{-\int_0^t s^2 dW_t - \frac{t^3}{6}}$ **(Β)**$e^{-\int_0^t s^2 dW_t - \frac{t^5}{10}}$ **(Γ)**$e^{-\int_0^t s^2 dW_t - \frac{t^6}{12}}$ **(Δ)**$e^{-\int_0^t s^2 dW_t - \frac{t^8}{16}}$ **(Ε)**$e^{-\int_0^t s^2 dW_t - \frac{t^{10}}{20}}$

22. Η τιμή της μετοχής X τη χρονική στιγμή tδίδεται από τη σχέση $X_t = W_t^2$ όπου W_tανέλιξη Wiener. Ποια ένταση ανατοκισμού εξασφαλίζει ότι μέση διάρκεια των αναμενόμενων μελλοντικών τιμών της μετοχής είναι 10;

(Α) 5% **(Β)** 10% **(Γ)** 20% **(Δ)** 25% **(Ε)** 40%

23. Μονοετές δικαίωμα αγοράς σε μετοχή τιμής 1 η οποία είτε θα ανεβεί σε u (u> 1)είτε θα κατεβεί σε d (0 <d<1) με τιμή άσκησης K (d<K<u) κοστίζει c_0. Το επιτόκιο είναι μηδέν. Αν θέλουμε το κόστος του δικαιώματος να είναι (1 – d)/2 ποια πρέπει να είναι η τιμή άσκησης;

(Α) $\frac{u+d}{2}$ **(Β)** $\frac{u-d}{2}$ **(Γ)** $\frac{u}{2}+d$ **(Δ)** $\frac{d}{2}-u$ **(Ε)** $u+d$

24. Για τη μετοχή X που εκτελεί αριθμητική κίνηση Brown με συντελεστή κατεύθυνσης 5% και συντελεστή διάχυσης 22%, η σημερινή τιμή είναι 12. Ποια η πιθανότητα μετά από 36 περιόδους η τιμή της να είναι ανάμεσα στο 15 και το 16;
Δίδονται N(0,899)=0,81567 , N(0,909)=0,81832 , N(1,619)=0,94728 , N(1,667)=0,95224.

(Α) 13,2% **(Β)** 13,4% **(Γ)** 13,6% **(Δ)** 13,8% **(Ε)** 14,0%