ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**				
Ημερομηνία:7 Φεβρουαρίου 2018	**Πρωί:**	**Χ**		**Απόγευμα:**	
Θεματική Ενότητα: Αναλογιστικά Πρότυπα Επιβίωσης					

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α!!!!!!!

Ερώτηση 1.

Μια εξομάλυνση γίνεται με τη μέθοδο Kimeldorf Jones και έστω ότι

- Η πολυδιάστατη τ.μ. $\mathbf{T}$ ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή το διάνυσμα $\mathbf{m}$ και πίνακα συνδιακύμανσης τον $\mathbf{A}$
- Η πολυδιάστατη τ.μ. $\mathbf{U/T}$ ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή το διάνυσμα $\mathbf{t}$ και πίνακα συνδιακύμανσης τον $\mathbf{B}$.

Ποιοι από τους ακόλουθους τύπους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογισθεί το διάνυσμα των εξομαλυμένων τιμών:

(I) $\mathbf{v} = (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1})(\mathbf{B}^{-1}\mathbf{u} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{m})$

(II) $\mathbf{v} = \mathbf{m} + (\mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1})^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{m})$

(III) $\mathbf{v} = \mathbf{u} + (\mathbf{I} + \mathbf{A}\mathbf{B}^{-1})^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{u})$

Α) Ο τύπος (I) Β) Οι τύποι (I) & (II) Γ) Ο τύπος (III) Δ) Όλοι Ε) κανένας

Ερώτηση2.

Εάν ${}_t p_x = \left(\frac{1+x}{1+x+t}\right)^3, t \geq 0$ να υπολογίσετε $\overset{o}{e}_{41}$

Α) 20 Β) 21 Γ) 22 Δ) 23 Ε) 24

Ερώτηση3.

Μια εξομάλυνση γίνεται με τη μέθοδο Kimeldorf Jones και έστω ότι

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3{,}61 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4{,}00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4{,}41 \end{bmatrix} * 10^{-7}$$

Δίνεται ότι

- Τα διαγώνια στοιχεία a_{ij} του πίνακα **A** είναι ίσα με τα διαγώνια στοιχεία του πίνακα **B**
- Για τα υπόλοιπα στοιχεία a_{ij} του πίνακα **A** με $i \neq j$ ισχύει ότι ο συντελεστής συσχέτισης των T_i, T_j ισούται με $c_{ij} = r^{|i-j|}$.
- $a_{34} = 2{,}94 * 10^{-7}$

Να υπολογισθεί το a_{13}

Α) $1{,}862 * 10^{-7}$ Β) $1{,}955 * 10^{-7}$ Γ) $2{,}058 * 10^{-7}$ Δ) $2{,}660 * 10^{-7}$ Ε) $3{,}179 * 10^{-7}$

Ερώτηση 4.

Εάν η σππ ενός προτύπου επιβίωσης είναι $f(t) = 0{,}1(25-t)^{-0{,}5}, 0 \leq t \leq 25$ να υπολογίσετε την τιμή $\lambda(20)$.

Α) 0,08 Β) 0,10 Γ) 0,12 Δ) 0,16 Ε) 0,20

Ερώτηση5.

Δίνονται τα ακόλουθα:

x	x^2	lnu_x	$xlnu_x$
38	1444	-6,23	-236,74
39	1521	-6,04	-235,56
40	1600	-6,00	-240,00
41	1681	-5,96	-244,00
42	1764	-5,77	-242,00
200	8010	-30,00	-1199,00

Όπου u_xείναι οι πρωτογενείς τιμές της έντασης θνησιμότητας μ_x. Υποθέτοντας ότι η θνησιμότητα μ_x ακολουθεί το νόμο του Gompertz υπολογίστε την τιμή του $ln\mu_x$ με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Α) -6,11 Β) -6,10 Γ)-6,00 Δ) -5,90 Ε) -8,89

Ερώτηση 6.

Παρατηρούμε δυο ασθενείς στο διάστημα $(0,5]$. Καταγράφεται ένας θάνατος στο $t=4$ ενώ ο δεύτερος επιβιώνει στην λήξη της παρατήρησης. Εάν υποθέσουμε ότι η συνάρτηση επιβίωσης είναι $S(t)=\left(1+\frac{t}{10}\right)^{-a}, t>0, a>0$ να υπολογίσετε την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας του a

Α) 1,3 Β) 1,5 Γ) 1,7 Δ) 1,9 Ε) 2,1

Ερώτηση 7.

Ο δεύτερος νόμος Makeham$\mu(x) = A + Hx + Bc^x$ χρησιμοποιήθηκε για την εξομάλυνση των πρωτογενών τιμών θνησιμότητας ενός πληθυσμού. Οι τιμές που προέκυψαν από την εξομάλυνση είναι οι ακόλουθες:

x	μ_x
20	0,080
30	0,145
40	0,270
50	0,515

Θέλετε να κατασκευάσετε έναν τροποποιημένο πίνακα θνησιμότητας υποθέτοντας ότι η θνησιμότητα ακολουθεί επίσης τον δεύτερο νόμο Makeham με διπλάσιο B. Ποια θα είναι η τιμή μ'_{20} από τον τροποποιημένο πίνακα θνησιμότητας;

Α) 0,100 Β) 0,110 Γ)0,120 Δ) 0,130 Ε) 0,140

Ερώτηση 8.

Παρατηρείτε την διάρκεια ζωής εννέα πειραματόζωων και παρατηρείτε τους εξής χρόνους θανάτου

$$\{1,3,3,5,8,8,9\}.$$

Δυο πειραματόζωα διέφυγαν από την παρατήρηση σε χρόνο 4. Να υπολογίσετε $\Pr(3 \le T \le 5)$ με την μέθοδο Kaplan-Meier.

Α) 0,28 Β) 0,32 Γ) 0,36 Δ) 0,40 Ε) 0,44

Ερώτηση 9.

Μια μελέτη θνησιμότητας αφορά το διάστημα $(x, x+1]$. Με την υπόθεση σταθερής έντασης θνησιμότητας ${}_{0,25}q_{x+0,1} = 0,05$. Να υπολογίσετε ${}_{0,25}q_{x+0,1}$ με την υπόθεση ομοιόμορφης κατανομής των θανάτων.

Α) 0,041 Β) 0,044 Γ) 0,047 Δ) 0,050 Ε) 0,053

Ερώτηση10.

Οι v_x^a και v_x^b είναι εξομαλυμένες τιμές που προέκυψαν από δυο διαφορετικές μεθόδους εξομάλυνσης των πρωτογενών τιμών θνησιμότητας u_x είναι οι ακόλουθες:

x	w_x	u_x	v_x^a	v_x^b
45	1	0,306	0,303	0,318
46	2	0,362	0,345	0,365
47	2	0,382	0,386	0,383
48	2	0,560	0,553	0,565
49	1	0,606	0,595	0,600

Θέλετε να συγκρίνετε τις δυο εξομαλύνσεις για την καλή εφαρμογή τους στα πρωτογενή δεδομένα χρησιμοποιώντας τα εξής διαφορετικά μέτρα:

- Μέτρο I: πλήθος εναλλαγών προσήμων
- Μέτρο II: $\sum w_x(u_x - v_x)^2$
- Μέτρο III: $\sum w_x(u_x - v_x)$

Με ποια από τα 3 μέτρα θεωρείτε ότι η εξομάλυνση με τη μέθοδο «α» είναι καλύτερη της εξομάλυνσης με τη μέθοδο «β»;

A) Με κανένα μέτρο | B) Μόνο με το μέτρο I | Γ)Μόνο με το μέτρο II | Δ) Μόνο με το μέτρο III | E) Καμία από τις προηγούμενες απαντήσεις

Ερώτηση 11.

Υποθέτοντας σταθερή ένταση θνησιμότητας η αναμενόμενη μελλοντική διάρκεια ζωής του x είναι 2 έτη. Να υπολογίσετε το 75 εκατοστημόριο της κατανομής της T.

A) $0{,}5\ln(4)$ | B) $2\ln(4)$ | Γ) $0{,}5\ln(4/3)$ | Δ) $2\ln(4/3)$ | E) Κανένα από τα προηγούμενα

Ερώτηση 12.

Ένας ασθενής που πάσχει από αϋπνία παρατηρείται ένα βράδυ στο χρονικό διάστημα μεταξύ 22:00 και 08:00. Χρησιμοποιείτε ένα πρότυπο δυο καταστάσεων για την μοντελοποίηση του μοτίβου ύπνου με 0 την κατάσταση εγρήγορσης και 1 κατάσταση ύπνου. Ο ασθενής κοιμάται μόνο μεταξύ 01:00 και 02:30, μεταξύ 03:00 και 03:30 και μεταξύ 05:00 και 07:00. Να υπολογίσετε την ένταση μετάβασης μ^{01} όταν αυτή μετρείται σε $(\omega\rho\varepsilon\varsigma)^{-1}$

Α) 0,1 Β) 0,2 Γ)0,3 Δ) 0,4 Ε) 0,5

Ερώτηση13.

Η θνησιμότητα μιας ομάδα ατόμων εξομαλύνθηκε με τη γραφική μέθοδο, ως ακολούθως.

Ηλικία x	Άτομα στην αρχή του έτους	Παρατηρηθέντες θάνατοι	Αναμενόμενοι θάνατοι με βάση την εξομάλυνση
61	500	2	1
62	200	1	1
63	500	5	4

Επιθυμείτε να βελτιώσετε περαιτέρω τις εξομαλυμένες τιμές v_xκαταλήγοντας στις αναθεωρημένες τιμές v'_xμε γραμμικό μετασχηματισμό και με τέτοιο τρόπο ώστε:

- Το πλήθος των θανάτων που παρατηρήθηκαν στην ομάδα να ισούται με το πλήθος των θανάτων που αναμένεται στην ομάδα με τις αναθεωρημένες τιμές v'_x
- Η μέση ηλικία θανάτου που παρατηρήθηκε στην ομάδα να ισούται με τη μέση ηλικία θανάτου που αναμένεται στην ομάδα με τις αναθεωρημένες τιμές v'_x(ή ισοδύναμα το σύνολο των ετών που έζησαν πραγματικά τα άτομα του δείγματος να ισούται με το σύνολο των ετών που θα αναμένατε να ζούσαν τα άτομα του δείγματος με τις αναθεωρημένες τιμές v'_x)

Να υπολογισθεί η τιμή v'_{63}

Α) 0,0063 Β) 0,0077 Γ)0,0088 Δ) 0,0093 Ε) 0,0097

Ερώτηση 14.

Σε ένα πίνακα με δύο αίτια εξόδου $\mu_{x+t}^{(1)} = 0{,}01$, για κάθε $t \geq 0$ και $\mu_{x+t}^{(2)} = 0{,}02$, για κάθε $t \geq 0$. Να υπολογίσετε $q_x^{(1)}$.

Α) 0,00955 Β) 0,00965 Γ)0,00975 Δ) 0,00985 Ε) 0,00995

Ερώτηση 15.

Από μια μελέτη θνησιμότητας 1000 προσώπων με έναρξη την ηλικία 60 δίνεται ότι:

Α) Οι παρατηρηθέντες θάνατοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι στο διάστημα $(60,62]$

Β) Η προσέγγιση Greenwood της $Var(S(2)) = 0{,}00016$

Γ) $q_{60} < 0{,}25$

Να υπολογίσετε την τιμή q_{60}.

Α) 0,096 Β) 0,098 Γ)0,100 Δ) 0,102 Ε) 0,104

Ερώτηση16.

Έστω ότι

A. η f(x) είναι cubic spline με κόμβους (0,0) και (2,0)

B. f΄(0)=-2 και f΄(2)= 2

Να υπολογίσετε την f(1)

Α) -2 Β) -1 Γ)0 Δ) 1 Ε) 2

Ερώτηση17.

Παρατηρείτε 20 συσκευές μέχρι να αστοχήσουν. Καταγράφετε τους χρόνους αστοχίας ως εξής:

Διάστημα	Αστοχίες
(0,1]	2
(1,2]	3
(2,3]	8
(3,4]	6
(4,5]	1

Εάν $S(t) = \exp(-\theta \cdot t)$ να υπολογίσετε την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας της θ

Α) 0,40 Β) 0,42 Γ)0,44 Δ) 0,46 Ε) 0,48

Ερώτηση18.

Η διάρκεια ζωής σε ημέρες επτά πειραματόζωων ήταν

$$\{100, 200, 500, 1000, 1500, 2000, 3100\}.$$

Εάν η συνάρτηση επιβίωσης ακολουθεί την εκθετική να υπολογίσετε την $\Pr(T > 600)$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο των ροπών.

Α) 0,57 Β) 0,59 Γ)0,61 Δ) 0,63 Ε) 0,65

Ερώτηση19.

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζονται οι θάνατοι που σημειώθηκαν σε μια ομάδα ατόμων και η θνησιμότητα που προέκυψε μετά από εξομάλυνση των πρωτογενών δεδομένων:

Ηλικία	Άτομα	Παρατηρηθέντες θάνατοι	Εξομαλυμένη πιθανότητα θανάτου
x	120	3	0,040
x+1	100	9	0,080
x+2	90	18	0,150

Θέλετε να ελέγξετε την μηδενική υπόθεση Ho ότι το δείγμα των παρατηρήσεων μας προέρχεται (ακολουθεί) από το πρότυπο θνησιμότητας που κατασκευάσαμε. Υπολογίστε την τιμή του ελέγχου X^2.

A) $X^2 < 0{,}5$ B) $0{,}5 < X^2 < 1$ Γ) $1 < X^2 < 1{,}5$ Δ) $1{,}5 < X^2 < 2$ E) $2 < X^2$

Ερώτηση 20.

Εάν για ένα πρότυπο επιβίωσης $\lambda(t) = \frac{2}{9-t}, 0 \le t \le 9$ να υπολογίσετε την $Var(T)$

A) 4,0 B) 4,5 Γ) 5,0 Δ) 5,5 E) 6,0

Ερώτηση 21.

Μια καμπύλη τύπου spline αποτελείται από δυο τριτοβάθμια τόξα και εφαρμόζεται σε δεδομένα από x=0 έως x=10, έτσι ώστε

$$v_x = p(x) = \begin{cases} p_0(x), & 0 \le x \le 5 \\ p_1(x), & 5 \le x \le 10 \end{cases} \quad \text{και} \quad \begin{aligned} p_0(5) &= p_1(5) \\ p'_0(5) &= p'_1(5) \\ p''_0(5) &= p''_1(5) \end{aligned}$$

Δίνονται:

$$p_0(x) = 100 + 20x + 10x^2 + 5x^3$$

$$p(10) = 3925$$

Ποιο από τα ακόλουθα ισούται με p(9);

A) 5005 B) 5485 Γ) 5805 Δ) 6285 E) 7085

Ερώτηση 22.

Για μια μελέτη θνησιμότητας δίνονται τα εξής:

Α) Σε ηλικία x υπάρχουν ακριβώς 100 άτομα.

Β) 58 άτομα εισέρχονται στην μελέτη σε ηλικία $x+\frac{1}{3}$

Γ) Παρατηρούνται 14 θάνατοι στο $(x, x+1]$

Δ) Δε υπάρχουν αποχωρήσεις ή άτομα που αναμένεται να εξέλθουν από την παρατήρηση στο $(x, x+1]$.

Με την υπόθεση ομοιόμορφης κατανομής των θανάτων να υπολογίσετε q_x με την μέθοδο των ροπών.

Α) 1/20 Β) 2/21 Γ) 1/10 Δ) 1/5 Ε)13/70

Ερώτηση 23.

Μια κατανομή Dirichlet επιλέχθηκε ως κατάλληλη πρότερη κατανομή της θνησιμότητας ενός πληθυσμού πειραματόζωων, όπου $t_i = {}_{i-1|}q_0 =$ πιθανότητα ένα πειραματόζωο να πεθάνει μέσα στο i διάστημα από το πείραμα, i=1,2,…n. Σε μια μελέτη 100 πειραματόζωων παρατηρήθηκαν 10 θάνατοι στο πρώτο διάστημα, 30 στο δεύτερο διάστημα, 55 στο τρίτο και 5 στο τέταρτο.

Αν η ύστερη κατανομή θνησιμότητας είναι

$$f_{T|D}(t|d) = k * t_1^{39} * t_2^{99} * t_3^{124} * t_4^{34}$$

όπου k σταθερά, να υπολογίσετε το άθροισμα των στοιχείων του διανύσματος των πρότερων μέσων τιμών.

Α) 0,5 Β) 0,75 Γ) 1,00 Δ) 1,25 Ε)1,50

Ερώτηση 24.

Εξαρτημένα άτομα ακολουθούν θεραπεία σε δύο κλινικές (κλινική 0 και κλινική 1) με ειδικό φάρμακο. Υπάρχουν τρεις μεταβλητές; Κλινική (0 ή 1), προηγούμενη φυλάκιση (όχι=0, ναι=1) και χορηγούμενη δόση φαρμάκου. Με ένα πρότυπο αναλογικών κινδύνων υπολογίζονται τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Μεταβλητή	Συντελεστής
Κλινική	-1,009
Φυλάκιση	0,327
Δόση φαρμάκου	0,035

Να υπολογίσετε την αναλογία κινδύνου για ένα άτομο από την κλινική 1 που δεν έχει φυλακισθεί συγκριτικά με ένα άτομο από την κλινική 0 που έχει φυλακισθεί εάν και τα δύο λαμβάνουν την ίδια δόση φαρμάκου.

Α) 0,263 Β) 0,275 Γ) 0,287 Δ) 0,290 Ε)0,303