ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**				
Ημερομηνία:1 Φεβρουαρίου 2019	**Πρωί:**	**Χ**		**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα:Αναλογιστικά Πρότυπα Επιβίωσης					

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α!!!!!!!

Ερώτηση 1η.

Εάν $q_x = 0{,}0045$ και υποθέτοντας ότι η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή σε κάθε έτος ηλικίας να υπολογίσετε m_x

Α) 0,00450 Β) 0,00451 Γ) 0,00452 Δ) 0,00453 Ε) 0,00454

Ερώτηση 2η

Εάν η συνάρτηση επιβίωσης είναι
$S(x) = 1, x < 2$ και $S(x) = \exp(-0{,}0075(x-2)^2), x > 2$ να υπολογίσετε την διάμεσο της κατανομής

Α) 0,8 Β) 9,2 Γ) 9,6 Δ) 11,4 Ε) 11,6

Ερώτηση 3η

Δεκαπέντε φοιτητές που μόλις ξεκινούν το διδακτορικό τους παρατηρούνται έως τον θάνατό τους. Οκτώ από αυτούς πεθαίνουν στο διάστημα πριν την απόκτηση του διδακτορικού τίτλου, τέσσερις πεθαίνουν αφού αποκτήσουν τον τίτλο αλλά πριν προλάβουν να συνταξιοδοτηθούν και οι υπόλοιποι τρεις πεθαίνουν μετά την συνταξιοδότησή τους. Έστω T_1, T_2, και T_3 οι πραγματικές πιθανότητες θανάτου για τα τρία προαναφερθέντα διαστήματα.

Μετά την εφαρμογή του μοντέλου Dirichlet/Πολυωνυμικού με παραμέτρους Dirichlet a_1, a_2, a_3 όπου $a_1 + a_2 + a_3 = 12$ καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι οι αναμενόμενες πιθανότητες θανάτου είναι ίσες για τα τρία διαστήματα.

Ποια είναι η πρότερη πιθανότητα ένας φοιτητής να ζήσει μέχρι την ημερομηνία απόκτησης του διδακτορικού τίτλου του;

Α) 5/12 Β) 1/2 Γ) 7/12 Δ) 2/3 Ε) 11/12

Ερώτηση 4η

Οι ακόλουθες τιμές μ_x προέκυψαν από μια παραμετρική εξομάλυνση χρησιμοποιώντας τον νόμο του Makeham:

x	μ_x
20	0,001740
25	0,002550
30	0,004980

Έστω $\mu'_x = \mu_x + 0{,}2A$, όπου A ο σταθερός όρος στον νόμο του Makeham.

Να υπολογισθεί το μ'_{30}

Α) 0,005085 Β) 0,005247 Γ) 0,005463 Δ) 0,005718 Ε) 0,005976

Ερώτηση 5η

Έστω ότι οι πραγματικές τιμές θνησιμότητας δίνονται από την εξίσωση $t_x = 3 + 4x^2 + 5c^x$.

Ποιος από τους ακόλουθους τύπους για το S τείνει να προσαρμόσει τις τιμές v_x στην κατεύθυνση των αληθινών τιμών t_x;

I. $S = \sum_{x=1}^{n-2}[v_x - 8 - (c-1)(\Delta v_x - 8x)]^2$

II. $S = \sum_{x=1}^{n-3}[\Delta^3 v_x - (c-1)(\Delta^2 v_x - 8)]^2$

III. $S = \sum_{x=1}^{n-4}[\Delta^4 v_x - (c-1)\Delta^3 v_x]^2$

IV. $S = \sum_{x=1}^{n-3}[\Delta^3 v_x - (c-1)\Delta^2 v_x]^2$

Α) Ο τύπος (I) Β) Ο τύπος (II) Γ) Ο τύπος (III) Δ) Ο τύπος (IV) Ε) Περισσότεροι από έναν τύπους

Ερώτηση 6.

Εάν $\mu_x = 1$ να υπολογίσετε την $E(S) = \overset{o}{e}_x - e_x$

Α) $\frac{e-2}{e-1}$ Β) $\frac{e-1}{e}$ Γ) $\frac{1}{2}$ Δ) $\frac{e}{e+1}$ Ε) $\frac{e+1}{e+2}$

Ερώτηση 7η

Η διάρκεια ζωής δύο ομάδων από 7 άτομα που κάθε μια υποβλήθηκε σε διαφορετικές θεραπείες για την ίδια ασθένεια ήταν¨
Ομάδα 1 {4,6,8,8+,8+,12,16+}
Ομάδα 2 {2,4,5,5+,5+,5+,11}
Εάν $S_1(t)$ και $S_2(t)$ είναι η εκτίμηση της συνάρτησης επιβίωσης με την μέθοδο Kaplan-Meier για την ομάδα 1 και 2 αντίστοιχα να υπολογίσετε την διαφορά $S_1(8) - S_2(8)$

Α)-0,28 Β)-0,12 Γ) 0,0 Δ) 0,14 Ε) 0,28

Ερώτηση 8η

Μια εξομάλυνση γίνεται με τη μέθοδο Kimeldorf Jones και έστω ότι

- Η πολυδιάστατη τ.μ. $\mathbf{T}$ ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή το διάνυσμα $\mathbf{m}$ και πίνακα συνδιακύμανσης τον $\mathbf{A}$
- Η πολυδιάστατη τ.μ. $\mathbf{U/T}$ ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή το διάνυσμα $\mathbf{t}$ και πίνακα συνδιακύμανσης τον $\mathbf{B}$.
- $\mathbf{u}$ είναι το διάνυσμα των τιμών που παρατηρήθηκαν,
- v είναι το διάνυσμα των εξομαλυμένων τιμών

Δίνονται ότι:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1,4 \\ 3,4 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1,8 \\ 3,2 \end{bmatrix}$$

Ποιοι από τους ακόλουθους τύπους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να υπολογισθεί το διάνυσμα των εξομαλυμένων τιμών:

I. $\left[\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}\right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1,4 \\ 3,4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1,8 \\ 3,2 \end{bmatrix}\right]$

II. $\begin{bmatrix} 1,8 \\ 3,2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} -0,4 \\ 0,2 \end{bmatrix}$

III. $\begin{bmatrix} 1,4 \\ 3,4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0,4 \\ -0,2 \end{bmatrix}$

Α) Οι τύποι (I) και (II) Β) Οι τύποι (I) και (III) Γ) Οι τύποι (II) και (III) Δ) Όλοι οι τύποι Ε) Κανένας τύπος

Ερώτηση 9η

Μια εξομάλυνση γίνεται με τη μέθοδο Kimeldorf Jones και έστω ότι η πολυδιάστατη τ.μ. **T** ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή το διάνυσμα $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 15 \end{bmatrix} * 10^{-3}$και πίνακα συνδιακύμανσης τον $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1000 & 556 & 351 \\ 556 & 1235 & 780 \\ 351 & 780 & 1970 \end{bmatrix} * 10^{-7}$

Η πολυδιάστατη τ.μ. **U|T** ακολουθεί πολυδιάστατη κανονική κατανομή με μέση τιμή το διάνυσμα **t** και πίνακα συνδιακύμανσης τον **B** ο οποίος έχει στοιχεία διαγωνίου b_{ii} ίσα με την εκτιμώμενη διασπορά της $U_i|T_i$, αν χρησιμοποιηθούν τα m_i ως προσέγγιση των t_i. Τα πλήθη n_i είναι τέτοια ώστε να ισχύει: $a_{ii} = b_{ii}$ για $i = 1, 2, 3$

Να υπολογίσετε το n_1.

Α) 99 Β) 144) Γ) 205 Δ) 1000 Ε) 1225

Ερώτηση 10η

Για δευτεροβάθμια spline τριών τόξων που εφαρμόζεται στο διάστημα μεταξύ 0 και 20 με κόμβους στο x=2 και στο x=8, ισχύουν $v_x = x^2 + x + 2, \quad 0 \le x \le 2,$

$v_4 = 16$

$v_{10} = 20$

Ποια η τιμή του v_{15};

Α) 30 Β) 32,5 Γ) 35 Δ) 37,5 Ε) 40

Ερώτηση 11η

Οι εντάσεις $\mu_x^{(1)}$ και $\mu_x^{(2)}$ είναι σταθερές για κάθε x. Με βάση τον ακόλουθο πίνακα να υπολογισθεί το $\frac{\mu_{61}^{(T)}}{\mu_{61}^{(2)}}$

x	lx	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$
60	100.000	63.348	31.674
61	4978	3.153	1.577
62	248		

Α) 1,5 Β) 2,0 Γ) 2,5 Δ) 3,0 Ε) 3,5

Ερώτηση 12η

Η ηλικία σε έτη κατά την οποία τα νεογέννητα αναπτύσσουν μια συγκεκριμένη ικανότητα ακολουθεί κατανομή με συνάρτηση επιβίωσης $S(x) = (1+\lambda x)^{-1}, \lambda > 0$. Ένα δείγμα από τρία νεογέννητα εμφάνισε την ικανότητα αυτή σε ηλικίες 0.5,0.75,1.0 ενώ ένα τέταρτο είχε ήδη την ικανότητα αυτή σε ηλικία 0.25 όταν ξεκίνησε η παρατήρησή του. Ποια είναι η μορφή της συνάρτησης πιθανοφάνειας;

Α) $L \propto \lambda^4 (1+\lambda * 0{,}5)^{-2} (1+\lambda * 0{,}75)^{-2} (1+\lambda)^{-2} (1+\lambda * 0{,}25)^{-1}$

Β) $L \propto \lambda^3 (1+\lambda * 0{,}5)^{-2} (1+\lambda * 0{,}75)^{-2} (1+\lambda)^{-2} (1+\lambda * 0{,}25)^{-1}$

Γ) $L \propto \lambda^4 (1+\lambda * 0{,}5)^{-2} (1+\lambda * 0{,}75)^{-2} (1+\lambda)^{-2} (1+\lambda * 0{,}25)^{-2}$

Δ) $L \propto \lambda^4 (1+\lambda * 0{,}5)^{-1} (1+\lambda * 0{,}75)^{-1} (1+\lambda)^{-1} (1+\lambda * 0{,}25)^{-1}$

Ε) Κανένα από τα προηγούμενα

Ερώτηση 13η

Για μια μελέτη είχαμε ότι:

διάστημα	*Αριθμός στην έναρξη*	*Θάνατοι*
(0,1]	*1000*	*20*
(1,2]	*1400*	*14*
(2,3]	*2000*	*20*

Να υπολογίσετε την εκτίμηση Greenwood της $Var(S(3))$

Α) 0,000030 Β) 0,000032 Γ) 0,000034 Δ) 0,000036 Ε) 0,000040

Ερώτηση 14η

Τα ακόλουθα στοιχεία αφορούν ακυρώσεις ασφαλιστηρίων από τρεις διαφορετικούς συνεργάτες

Συνεργάτης	Συμβόλαια σε ισχύ 01.01.2016	Αριθμός ακυρώσεων το 2016
Α	2.300	167
Β	1.400	93
Γ	2.850	173

Να υπολογίσετε την στατιστική για τον έλεγχο ότι τα ποσοστά ακυρώσεων είναι τα ίδια και για τους τρεις συνεργάτες

Α)2,12 Β) 2,24 Γ) 2,56 Δ) 2,75 Ε) 3,13

Ερώτηση 15η

Δίνονται τα ακόλουθα μεγέθη δειγμάτων n_k, οι παρατηρηθείσες τιμές u_k και οι εξομαλυμένες τιμές v_k:

k	n_k	u_k	v_k
1	100	0,070	0,077
2	80	0,320	0,380
3	120	0,760	0,760

Η εφαρμογή των εξομαλυμένων τιμών στα πρωτογενή δεδομένα ελέγχεται με μέτρο F_0 το άθροισμα των σταθμισμένων τετραγώνων των αποκλίσεων των u_k από τα v_k

με βάρη τα $w_k = \frac{n_k}{v_k\,(1-v_k)}$ και θεωρώντας ότι το μέτρο ακολουθεί κατανομή X^2.

Δίνονται οι ακόλουθες τιμές της αθροιστικής συνάρτησης κατανομής για μια τ.μ. Χ η οποία ακολουθεί κατανομή X^2με τους κατάλληλους βαθμούς ελευθερίας:

x	1,074	1,119419	1,166878	1,216525	1,268524	1,323059
F(x)	0,700	0,710	0,720	0,730	0,740	0,750

Ποια η πιθανότητα η τ.μ. $X<F_0$;

Α) Μεταξύ 0,70 και 0,71 Β) Μεταξύ 0,71 και 0,72 Γ) Μεταξύ 0,72 και 0,73 Δ) Μεταξύ 0,73 και 0,74 Ε) Μεταξύ 0,74 και 0,75

Ερώτηση 16η

Πιστεύετε πως η πιθανότητα να επιτύχετε σε μια εξέταση είναι ανάλογη με τον αριθμό των επαναλήψεων της ύλης. Παρατηρήσατε τα ακόλουθα αποτελέσματα στις εξετάσεις :

Αριθμός επαναλήψεων της ύλης	**%** υποψηφίων που εξετάσθηκαν με επιτυχία στις εξετάσεις
1	10%
2	30%
3	50%
4	80%

Προκειμένου να γίνει καλή εφαρμογή των εξομαλυμένων τιμών στα πρωτογενή δεδομένα χρησιμοποιείται η ελαχιστοποίηση του μέτρου $F = \sum_{x=1}^{4}(u_x - v_x)^2$

Να υπολογισθεί το v_3;

Α) 0,50% Β) 0,51% Γ) 0,52% Δ) 0,53% Ε) 0,54%

Ερώτηση 17η

Έστω ότι σε μια εξομάλυνση χρησιμοποιήθηκαν τα ακόλουθα στοιχεία για τις ηλικίες x, τα πλήθη των ατόμων n_x, και τις πρωτογενείς τιμές u_x, και προέκυψαν οι εξομαλυμένες τιμές v_x.

x	n_x	u_x	v_x
5	30	0,10	0,12
10	40	0,20	0,16
15	60	0,25	0,22
20	70	0,30	0,30
25	40	0,35	0,40

Να υπολογισθεί το άθροισμα των (i), (ii) και (iii) όπου

i) ο αναμενόμενος αριθμό μεταβολής των προσήμων των αποκλίσεων μεταξύ των πρωτογενών και των εξομαλυμένων τιμών.

ii) Το άθροισμα των αποκλίσεων του πλήθους των θανάτων που αναμένονταν να συμβούν αν η θνησιμότητα είχε εξομαλυνθεί και του πλήθους των θανάτων που παρατηρήθηκαν (εξομαλυμένοι-παρατηρηθέντες θάνατοι)

iii) Το άθροισμα των αποκλίσεων του πλήθους των ετών που αναμένονται να ζήσουν αν η θνησιμότητα είχε εξομαλυνθεί και του πλήθους των ετών που έζησαν τα άτομα που παρατηρήθηκαν (εξομαλυμένοι-παρατηρηθέντες)

Α) 9,2 Β) 10,8 Γ) 11,2 Δ) 12,0 Ε) 12,8

Ερώτηση 18η

Η διάρκεια ζωής ενός πειραματόζωου σε ημέρες ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[0,\omega)$. Η παρακολούθηση τεσσάρων πειραματόζωων ξεκίνησε σε χρόνο 3 και διάρκεσε για d επιπλέον ημέρες. Παρατηρήθηκαν 3 θάνατοι σε χρόνους 4, 6 και 7 ενώ το τέταρτο πειραματόζωο ήταν εν ζωή σε ηλικία 3+ d.. Εάν η εκτίμηση του ω με την μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας είναι 16 να υπολογίσετε την διάρκεια d.

Α) 10 Β) 11 Γ) 12 Δ) 13 Ε) 14

Ερώτηση 19η

Για να υπολογίσετε την θνησιμότητα χρησιμοποιείτε ένα πρότυπο δύο καταστάσεων με συντελεστή μετάβασης μ όπου μ σταθερά.Από ένα δείγμα N ανεξάρτητων ζωών παρατηρείτε τα εξής:

1. Ο αριθμός θανάτων ήταν d
2. Ο συνολικός χρόνος σε παρατήρηση των N ζωών ήταν v

Ποια είναι η συνάρτηση πιθανοφάνειας του μ

Α) $\exp(-\mu v)\mu^d / d!$

Β) d / N

Γ) $\exp(-\mu v)\mu^d$

Δ) $\exp(-\mu v)\mu^v$

Ε) Κανένα από τα προηγούμενα

Ερώτηση 20η

Για μια μεγάλη ομάδα πληθυσμού εξομαλύνθηκαν τα δεδομένα από την πιο πρόσφατη εμπειρία. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει μερικά από τα στοιχεία της μελέτης.

Ηλικία	Πλήθος θανάτων που παρατηρήθηκαν O_x	Πλήθος αναμενόμενων θανάτων E_x
50	77	75,95
51	89	85,34
52	112	102,95
53	117	110,88
54	155	122,29
55	129	128,96
56	135	136,98
57	162	149,24
58	159	156,49
59	145	160,07

Αν θέλετε να ελέγξετε την μηδενική υπόθεση H_0 ότι το δείγμα των παρατηρήσεων μας ακολουθεί το πρότυπο θνησιμότητας που κατασκευάσαμε χρησιμοποιώντας τον έλεγχο των προσήμων, τότε η υπόθεση H_0 απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας α, όπου το α είναι:

Α) 0,5% Β) 1,0% Γ) 5,0% Δ) 10% Ε) Κανένα από τα προηγούμενα

Ερώτηση 21η

Ο χρόνος ζωής (σε εβδομάδες) μετά από μια μεταμόσχευση ακολουθεί την κατανομή με συνάρτηση κινδύνου $h(x) = ax^{a-1}\lambda(1+\lambda x^a)^{-1}, a, \lambda > 0, x \geq 0$ με $\lambda = 0{,}01$ και $a = 1{,}5$
Να υπολογίσετε το 25ο εκατοστημόριο της κατανομής

Α) 44,1 Β) 44,5 Γ) 44,8` Δ) 45,2 Ε) 47,4

Ερώτηση 22η

Εάν $\mu_x = \lambda x, x > 0$ *με* λ *θετική σταθερά και* ${}_{10}p_{35} = 0{,}9025$ *να υπολογίσετε* ${}_{20}p_{40}$

Α) 0,7730 Β) 0,7734 Γ) 0,7736 Δ) 0,7738 Ε) 0,7740

Τα ακόλουθα αφορούν τίς επόμενες ερωτήσεις 23,24

*Μια μελέτη εξέτασε την επίδραση του καπνίσματος σε άνδρες ηλικίας άνω των **65** ετών. Μια ομάδα ανδρών παρατηρήθηκε από την ηλικία των **65** έως τον θάνατό τους ή την έξοδο από την παρατήρηση. Η συνάρτηση βάσης για την αναλογία κινδύνου* μ *θεωρείται σταθερή και ένα μοντέλο αναλογικών κινδύνων εκτιμήθηκε με μια συμμεταβλητή, τον αριθμό πακέτων που καπνίζει κάποιος ημερησίως. Η εξίσωση του μοντέλου είναι* $h(t) = \mu * \exp(bx)$ *όπου* $h(t)$ *είναι ο κίνδυνος θανάτου σε ηλικία* $65 + t$ *. Εκτιμήθηκε ότι* $\mu = 0{,}03$ *και* $b = 0{,}02$

Ερώτηση 23η

Να εκτιμήσετε την πιθανότητα ένας άνδρας ηλικίας 65 ετών που καπνίζει δύο πακέτα την ημέρα να επιβιώσει σε ηλικία 70

Α) 0,8 Β) 0,81 Γ) 0,82 Δ) 0,83 Ε) 0,84

Ερώτηση 24η

Να υπολογίσετε την αναμενόμενη διάρκεια ζωής σε ηλικία 65 για αυτόν τον άνδρα

Α) 21,1 Β) 22,1 Γ) 22,3 Δ) 23,2 Ε) 23,3