ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ (ΕΜΠΟΡΙΟΥ)
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΙΟΥΛΙΟΥ 2011

ΣΥΜΒΑΝΤΑ ΖΩΗΣ ΚΑΙ ΘΑΝΑΤΟΥ

14 ΙΟΥΛΙΟΥ 2011

ΠΡΩΪΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (9 π.μ. – 12 μ.)

1. Μία ισόβια ασφάλιση προβλέπει την καταβολή 1.000.000 στο θάνατο κατά τη διάρκεια αεροπορικού ατυχήματος. Αν ο θάνατος συμβεί από άλλα ατυχήματα, καταβάλλονται 500.000 ενώ αν ο θάνατος συμβεί από άλλα αίτια, πλην ατυχημάτων, καταβάλλονται 250.000. Δεδομένου ότι:

   a. Το ασφαλισμένο κεφάλαιο καταβάλλεται τη στιγμή του θανάτου.

   b. $\mu^{(1)}$ = 1 / 2.000.000, όπου (1) αντιστοιχεί σε θάνατο κατά τη διάρκεια αεροπορικού ατυχήματος.

   c. $\mu^{(2)}$ = 1 / 250.000, όπου (2) αντιστοιχεί σε θάνατο από άλλα ατυχήματα.

   d. $\mu^{(3)}$ = 1 / 10.000, όπου (3) αντιστοιχεί σε θάνατο από άλλα αίτια, πλην ατυχημάτων.

   e. $\delta = 0{,}06$

   Να βρεθεί το εφάπαξ καθαρό ασφάλιστρο για αυτή την ασφάλιση.

   (Α) 450 (Β) 460 (Γ) 470 (Δ) 480 (Ε) 490

2. Σε μια ισόβια ασφάλιση με ασφαλισμένο κεφάλαιο 1 σε άτομο (41), το ασφαλισμένο κεφάλαιο καταβάλλεται στο τέλος του έτους του θανάτου. Δίδονται:

   a. $i = 0{,}05$

   b. $p_{40} = 0{,}9972$

   c. $A_{41} - A_{40} = 0{,}00822$

   d. ${}^2A_{41} - {}^2A_{40} = 0{,}00433$

   e. Z είναι η τυχαία μεταβλητή της παρούσας αξίας της παροχής για αυτή την ασφάλιση.

   Να υπολογιστεί η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής Z.

   (Α) 0,023 (Β) 0,024 (Γ) 0,025 (Δ) 0,026 (Ε) 0,027

3. Σε έναν πολλαπλό πίνακα με 2 αίτια εξόδου, δίδονται:

   a. $\mu_x^{(1)}(t) = 0{,}2 * \mu_x^{(\tau)}(t),\ t > 0$

   b. $\mu_x^{(\tau)}(t) = k * t^2,\ t > 0$

   c. $q_x^{'(1)} = 0{,}04$

   Να υπολογιστεί το ${}_2q_x^{(2)}$

   (Α) 0,45 (Β) 0,53 (Γ) 0,58 (Δ) 0,64 (Ε) 0,73

4. Για ένα πλήθος ασφαλιστηρίων συμβολαίων πλήρως διακριτών ισοβίων ασφαλίσεων κεφαλαίου 1 σε ανεξάρτητες ζωές (x), δίδονται:

   a. $i = 0{,}06$

   b. $A_x = 0{,}24905$

   c. ${}^2A_x = 0{,}09476$

   d. $\pi = 0{,}025$, όπου π είναι το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για κάθε ασφαλιστήριο συμβόλαιο

   e. Η ζημιά κάθε συμβολαίου (τ.μ. παρούσα αξία παροχής μείον παρούσα αξία μελλοντικών ασφαλίστρων) υπολογίζεται με βάση το ασφάλιστρο π

   f. $\Phi(1{,}645) = 0{,}95$

   Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση της κανονικής κατανομής, να υπολογιστεί το ελάχιστο πλήθος των παραπάνω ασφαλιστηρίων συμβολαίων που πρέπει να εκδοθούν ώστε η πιθανότητα θετικής συνολικής ζημιάς από όλα τα ασφαλιστήρια που θα εκδοθούν να μην υπερβαίνει το 5%.

   (Α) 25 (Β) 27 (Γ) 29 (Δ) 31 (Ε) 33

5. Δίδονται ότι:

   a. Η θνησιμότητα ακολουθεί το νόμο DeMoivre με ω = 105.

   b. (45) και (65) είναι ανεξάρτητες ζωές.

Να υπολογιστεί το $\overset{o}{e}_{\overline{45:65}}$

(Α) 33 (Β) 34 (Γ) 35 (Δ) 36 (Ε) 37

6. Για μία ειδική πλήρως συνεχή ισόβια ασφάλιση κεφαλαίου 1 στον τελευταίο επιζήσαντα (last survivor) των (x) και (y), δίδονται:

   a. T(x) και T(y) είναι ανεξάρτητες τ.μ.

   b. $\mu_x(t) = \mu_y(t) = 0{,}07,\ t > 0$

   c. $\delta = 0{,}05$

   d. Τα ασφάλιστρα καταβάλλονται μέχρι τον πρώτο θάνατο.

Να υπολογιστεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για αυτή την ασφάλιση.

(Α) 0,04 (Β) 0,07 (Γ) 0,08 (Δ) 0,10 (Ε) 0,14

7. Για μία συνεχώς αυξανόμενη ισόβια ασφάλιση στον (x), δίδονται:

   a. Η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή

   b. $\delta = 0{,}06$

   c. ${}^{2}\overline{A}_x = 0{,}25$

Να υπολογιστεί το $\left(\overline{IA}\right)_x$

(Α) 2,889 (Β) 3,125 (Γ) 4,000 (Δ) 4,667 (Ε) 5,500

8. Για μία ισόβια ασφάλιση κεφαλαίου 1 σε άτομο (x), δίδονται:

   a. Η ένταση θνησιμότητας είναι $\mu_x(t)$

   b. Οι παροχές καταβάλλονται τη στιγμή του θανάτου

   c. $\delta = 0{,}06$

   d. $\overline{A}_x = 0{,}60$

   Να υπολογιστεί η τροποποιημένη αναλογιστική παρούσα για αυτή την ασφάλιση υποθέτοντας ότι η $\mu_x(t)$ αυξάνεται κατά 0,03 για όλα τα t και η δ μειώνεται κατά 0,03.

   (Α) 0,5 (Β) 0,6 (Γ) 0,7 (Δ) 0,8 (Ε) 0,9

9. Για μία ειδική πλήρως διακριτή ισόβια ασφάλιση σε άτομο (x), δίδονται:

   a. Το ασφαλισμένο κεφάλαιο είναι 0 τον πρώτο χρόνο και 5.000 μετά.

   b. Τα ασφάλιστρα καταβάλλονται ισόβια

   c. $q_x = 0{,}05$

   d. $v = 0{,}90$

   e. $\ddot{a}_x = 5{,}00$

   f. ${}_{10}V_x = 0{,}20$

   g. ${}_{10}V$ είναι το μαθηματικό απόθεμα στο τέλος του $10^{ου}$ έτους αυτής της ασφάλισης

   Να υπολογιστεί το ${}_{10}V$.

   (Α) 795 (Β) 1.000 (Γ) 1.090 (Δ) 1.180 (Ε) 1.225

10. Δίδονται ότι:

   a. Η θνησιμότητα ακολουθεί το νόμο DeMoivre με ω = 100

   b. i = 0,05

   c. $\bar{a}_{\overline{40}|} = 17{,}58$, $\bar{a}_{\overline{50}|} = 18{,}71$, $\bar{a}_{\overline{60}|} = 19{,}40$

Να υπολογιστεί το ${}_{10}\bar{V}(\bar{A}_{40})$

(Α) 0,075 (Β) 0,077 (Γ) 0,079 (Δ) 0,081 (Ε) 0,083

11. Για μία ειδική πλήρως συνεχή ισόβια ασφάλιση σε άτομο (65), δίδονται:

   a. Το ασφαλισμένο κεφάλαιο τη χρονική στιγμή t είναι $b_t = 1000 * e^{0{,}04t}$, t>0

   b. Το ετήσιο ασφάλιστρο είναι σταθερό και καταβάλλεται ισοβίως

   c. $\mu_{65}(t) = 0{,}02$, $t > 0$

   d. $\delta = 0{,}04$

Να υπολογιστεί το μαθηματικό απόθεμα στο τέλος του 2^{ου} έτους αυτής της ειδικής ασφάλισης.

(Α) 0 (Β) 29 (Γ) 37 (Δ) 61 (Ε) 83

12. Για μία ειδική ισόβια συνταξιοδοτική ασφάλιση, αναβαλλόμενη για 3 έτη σε άτομο (x), δίδονται:

a. i = 0,04

b. Η σύνταξη προκαταβάλλεται και το ποσό της $1^{ης}$ ετήσιας σύνταξης είναι 1.000

c. Το ποσό της ετήσιας σύνταξης των επόμενων ετών αυξάνει κατά 4% το χρόνο

d. Δεν υπάρχει παροχή θανάτου κατά τη διάρκεια της περιόδου αναβολής των 3 ετών

e. Τα ασφάλιστρα είναι σταθερά και καταβάλλονται στην αρχή καθενός από τα 3 πρώτα έτη

f. $e_x = 11,05$

g.

k	1	2	3
${}_kp_x$	0,99	0,98	0,97

Να υπολογιστεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο.

(Α) 2.625 (Β) 2.825 (Γ) 3.025 (Δ) 3.225 (Ε) 3.425

13. (x) και (y) είναι δύο ζωές με την ίδια αναμενόμενη θνησιμότητα. Δίδονται:

a. $P_x = P_y = 0,1$

b. $P_{\overline{xy}} = 0,06$, όπου $P_{\overline{xy}}$ είναι το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για μία πλήρως διακριτή ισόβια ασφάλιση στο $(\overline{xy})$

c. d = 0,06

Να υπολογιστεί το P_{xy} , το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για μία πλήρως διακριτή ισόβια ασφάλιση στο (xy).

(Α) 0,14 (Β) 0,16 (Γ) 0,18 (Δ) 0,20 (Ε) 0,22

14. Άτομο ηλικίας 40 ετών κέρδισε 10.000 σε αναλογιστική λοταρία. Αντί να λάβει το έπαθλο εφάπαξ, επέλεξε να λάβει την αναλογιστικά ισοδύναμη επιλογή με ετήσιες δόσεις ύψους K (στην αρχή κάθε έτους) εγγυημένη για 10 έτη και ισόβια από εκεί και μετά. Δίδονται:

   a. i = 0,04

   b. $A_{40} = 0,30$

   c. $A_{50} = 0,35$

   d. $A^{1}_{40:\overline{10}|} = 0,09$

   Να υπολογιστεί το K.

   (A) 538 (B) 541 (Γ) 545 (Δ) 548 (E) 551

15. Σε ένα πολλαπλό πίνακα με 2 αίτια εξόδου και $l_{40}^{(\tau)} = 2.000$, ισχύει:

x	$\mathbf{q_x^{(1)}}$	$\mathbf{q_x^{(2)}}$	$\mathbf{q_x'^{(1)}}$	$\mathbf{q_x'^{(2)}}$
40	0,24	0,10	0,25	y
41			0,20	2y

   Να βρεθεί το $l_{42}^{(\tau)}$

   (A) 800 (B) 820 (Γ) 840 (Δ) 860 (E) 880

16. Δίδονται:

   a. K = πιθανότητα ο (x) να πεθαίνει στο πρώτο 4μηνο του έτους, με την υπόθεση Balducci

   b. L = πιθανότητα ο (x) πεθαίνει στο τελευταίο 8μηνο του έτους, με την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής των θανάτων

   c. $l_x = 9$

   d. $l_{x+1} = 6$

   Να υπολογιστεί το K+L

   (Α) 19/63 (Β) 1/3 (Γ) 23/63 (Δ) 11/28 (Ε) 23/56

17. Αν $l_x = 10 * (100 – x)^2$, να υπολογιστεί το Var(T(x))

   (Α) $(100-x)^2/18$

   (Β) $(100-x)/3$

   (Γ) $(100-x)^3/6$

   (Δ) $(100-x)^2/6$

   (Ε) $(100-x)^2/3$

18. Με την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής των θανάτων σε κάθε έτος ηλικίας, να εκφραστεί το $\frac{(I\overline{A})_x - (\overline{IA})_x}{\overline{A}_x}$ με συναρτήσεις επιτοκίου

   (Α) $(i-\delta)/\delta^2$

   (Β) $(1+i)/\delta$

   (Γ) $(i/\delta) * (i/\delta – 1)$

   (Δ) $1/d – 1/\delta$

   (Ε) $(1+i)/\delta – i/\delta^2$

19. Y είναι η τ.μ. της παρούσας αξίας μίας ισόβιας προκαταβλητέας ράντας ποσού 1 ανά έτος σε άτομο (x). Να υπολογιστεί η διασπορά της Y, δεδομένων των παρακάτω:

a. $\ddot{a}_x = 10$

b. ${}^2\ddot{a}_x = 6$

c. i = 1/24

(A) 10 (B) 36 (Γ) 100 (Δ) 106 (E) 392

20. Μία πλήρως συνεχής ισόβια ασφάλιση ποσού 1 σε άτομο (x). Δίδονται τα ακόλουθα: L = $v^T - \overline{P}(\overline{A}_x) * \overline{a}_{\overline{T}|}$ με την υπόθεση ότι η ένταση θνησιμότητας μ(x) ισούται με μ για όλα τα x και η ένταση ανατοκισμού ισούται με δ.

Να υπολογιστεί η Var(L).

(A) μ/(μ+2δ)

(B) μ/(μ+δ)

(Γ) (μ+δ)/(μ+2δ)

(Δ) (μ+2δ)/(2μ+2δ)

(E) (2μ+δ)/(2μ+2δ)

21. Ο (x) αγοράζει ισόβια ασφάλιση με αρχικό κεφάλαιο θανάτου 1. Το τεχνικό επιτόκιο ισούται με 4%. Το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο και το κεφάλαιο θανάτου αυξάνει κάθε χρόνο κατά 4%. Το κεφάλαιο θανάτου καταβάλλεται στο τέλος του έτους του θανάτου. Να υπολογιστεί το καθαρό ασφάλιστρο στην αρχή του 1ου έτους.

(A) $v^2/(1+e_x)$

(B) $v/(1+e_x)$

(Γ) $1/(1+e_x)$

(Δ) $(1+i)/(1+e_x)$

(E) $(1+i)^2/(1+e_x)$

22. Για μία ειδική 2ετή μικτή ασφάλιση σε άτομο (x) με εφάπαξ ασφάλιστρο, δίδονται:

a. Το κεφάλαιο θανάτου καταβάλλεται στο τέλος του έτους του θανάτου και ισούται με $b_1 = 3.000$ και $b_2 = 2.000$

b. Το κεφάλαιο λήξης ισούται με 1.000

c. Τα έξοδα καταβάλλονται στην αρχή του έτους:

   i. Προμήθειες ίσες με 3% του εμπορικού ασφαλίστρου
   ii. Λοιπά έξοδα πρόσκτησης ίσα με 2% του εμπορικού ασφαλίστρου
   iii. Λοιπά έξοδα διαχείρισης είναι 15 τον 1° χρόνο και 2 το 2° χρόνο

d. $i = 0,04$

e. $p_x = 0,9$ $p_{x+1} = 0,8$

Να υπολογιστεί το εφάπαξ εμπορικό ασφάλιστρο, χρησιμοποιώντας την αρχή της ισοδυναμίας.

(Α) 670 (Β) 940 (Γ) 1.000 (Δ) 1.300 (Ε) 1.370

23. Δίδονται:

a. Τ(30) και Τ(40) είναι ανεξάρτητες τ.μ.

b. Οι θάνατοι των (30) και (40) κατανέμονται ομοιόμορφα σε κάθε έτος ηλικίας

c. $q_{30} = 0,4$ και $q_{40} = 0,6$

$${}_{0,25}q^{\;2}_{30,5:40,5}$$

(Α) 0,0134 (Β) 0,0166 (Γ) 0,0221 (Δ) 0,0275 (Ε) 0,0300

Να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες πληροφορίες στις ερωτήσεις 24 – 26:

a. Οι (30) και (50) είναι ανεξάρτητες ζωές και για κάθε μία η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή και ίση με μ = 0,05

b. δ = 0,03

24. Να υπολογιστεί το ${}_{10}q_{\overline{30:50}}$

(Α) 0,155 (Β) 0,368 (Γ) 0,424 (Δ) 0,632 (Ε) 0,845

25. Να υπολογιστεί το $\overset{o}{e}_{\overline{30:50}}$

(Α) 10 (Β) 20 (Γ) 30 (Δ) 40 (Ε) 50

26. Να υπολογιστεί το $\overline{A}^{1}_{30:50}$

(Α) 0,23 (Β) 0,38 (Γ) 0,51 (Δ) 0,64 (Ε) 0,77

27. Σε μια 20ετή μικτή ασφάλιση ποσού 1.000 σε άτομο (40), το ασφάλιστρο πληρώνεται με 10 ετήσιες δόσεις και δίδονται:

a. Τα έξοδα είναι:

	1^{ο} έτος		**Επόμενα έτη**	
	% του Ασφαλίστρου	**Ανά Συμβόλαιο**	**% του Ασφαλίστρου**	**Ανά Συμβόλαιο**
Προμήθειες	25%	-	5%	-
Λοιπά Έξοδα Πρόσκτησης	4%	-	4%	-
Έξοδα Διαχείρισης	-	10	-	5

b. Τα έξοδα καταβάλλονται στην αρχή του κάθε έτους.

c. Το κεφάλαιο θανάτου καταβάλλεται τη στιγμή του θανάτου.

Να βρεθεί το ετήσιο εμπορικό ασφάλιστρο χρησιμοποιώντας την αρχή της ισοδυναμίας.

(Α) $\left(1000\bar{A}_{40:\overline{20}|} + 10 + 5a_{40:\overline{9}|}\right) / \left(0{,}96\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - 0{,}25 - 0{,}05\ddot{a}_{40:\overline{9}|}\right)$

(Β) $\left(1000\bar{A}_{40:\overline{20}|} + 10 + 5a_{40:\overline{9}|}\right) / \left(0{,}91\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - 0{,}2\right)$

(Γ) $\left(1000\bar{A}_{40:\overline{20}|} + 10 + 5a_{40:\overline{19}|}\right) / \left(0{,}96\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - 0{,}25 - 0{,}05\ddot{a}_{40:\overline{9}|}\right)$

(Δ) $\left(1000\bar{A}_{40:\overline{20}|} + 10 + 5a_{40:\overline{19}|}\right) / \left(0{,}91\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - 0{,}2\right)$

(Ε) $\left(1000\bar{A}_{40:\overline{20}|} + 10 + 5a_{40:\overline{9}|}\right) / \left(0{,}95\ddot{a}_{40:\overline{10}|} - 0{,}2 - 0{,}04\ddot{a}_{40:\overline{20}|}\right)$

28. Να βρεθεί το m_{40} (m_x ο κεντρικός δείκτης θνησιμότητας για το έτος ηλικίας [x,x+1]), όταν $s(x) = \sqrt{1 - \frac{x}{100}}$, $0 \le x \le 100$

(Α) 0,008217 (Β) 0,008368 (Γ) 0,008403 (Δ) 0,009564 (Ε) 0,009756

29. Η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή και ίση με μ στο [x,x+1], να βρεθεί το α(x).

(Α) $1/\mu - q_x/p_x$
(Β) $1/\mu - p_x/q_x$
(Γ) $1/\mu + p_x/q_x$
(Δ) $1/\mu + q_x/p_x$
(Ε) $\mu + p_x/q_x$

30. Αν $l_{40+t} * \mu_{40+t} = 20 * t^3$, $0 \le t \le 1$

$m_{40} = 0,05$

Να βρεθεί το l_{40}

(Α) 99 (Β) 100 (Γ) 101 (Δ) 96 (Ε) 97

31. Μια προκαταβλητέα ράντα στον (x) με εφάπαξ ασφάλιστρο G προβλέπει, σε περίπτωση θανάτου του (x) μέσα στο έτος t (t = 1, 2, …) από την αγορά της ράντας, την καταβολή στο τέλος του έτους του θανάτου του ποσού G-t (t το άτοκο άθροισμα των δόσεων της ράντας που εισπράχθηκαν πριν επέλθει ο θάνατος). Αν το G είναι ακέραιος n+1και

$$\ddot{a}_x = 16,4 \qquad A_{\overset{1}{x:\overline{n|}}} = 0,2 \qquad (IA)_{\overset{1}{x:\overline{n|}}} = 0,4$$

Να βρεθεί το G.

(Α) 17 (Β) 18 (Γ) 19 (Δ) 20 (Ε) 21

32. Αν ισχύουν $P^{1}_{x:\overline{n}|} = 0{,}01$ $\quad {}_nP_x = 0{,}035$ $\quad P_{x+n} = 0{,}05$ $\quad P_{x:\overline{n}|} = 0{,}05$

Να βρεθεί το i.

(Α) 0,042 (Β) 0,035 (Γ) 0,031 (Δ) 0,028 (Ε) 0,025

33. Αν i = 0 και με την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής των θανάτων σε κάθε έτος ηλικίας να βρεθεί το $\ddot{a}_x^{(4)}$

(Α) $e_x + 3/4$ (Β) $e_x + 1/2$ (Γ) $e_x - 1/2$ (Δ) $e_x - 3/4$ (Ε) $e_x - 1/4$

34. Ποιο από τα παρακάτω είναι ο τύπος για τον υπολογισμό P_{x+1} από το P_x

(Α) $\dfrac{P_x}{v - P_x}$

(Β) $\dfrac{P_x - vq_x}{v - P_x}$

(Γ) $\dfrac{P_x - vq_x}{v - (P_x + d)}$

(Δ) $\dfrac{P_x - vq_x(P_x + d)}{v - P_x}$

(Ε) $\dfrac{P_x - vq_x(P_x + d)}{v - (P_x + d)}$

35. Αν η θνησιμότητα είναι σταθερή και ίση με $\mu_x = \mu$ για όλα τα x και ${}^2A_x = 10/13$, i = 1/10, να βρεθεί η πιθανότητα p_x

(Α) 0,091 (Β) 0,063 (Γ) 0,079 (Δ) 0,054 (Ε) 0,093

36. Αν η θνησιμότητα ακολουθεί το νόμο DeMoivre με ω = 100 και δ = 0,04, τότε να βρεθεί το $\overline{P}(\overline{A}_{40})$

(Α) 0,0265 (Β) 0,0244 (Γ) 0,0226 (Δ) 0,0185 (Ε) 0,0172