ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:	**26/06/2021**	**Πρωί:**	✓	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων					

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!!!!

1. Οι αποζημιώσεις σε ένα συμβόλαιο γενικής αστικής ευθύνης μοντελοποιείται κάνοντας χρήση της εκθετικής κατανομής. Η ασφαλιστική επιχείρηση θα αποζημιώσει το ποσό της ζημιάς που είναι μεγαλύτερο από την απαλλαγή των 2.000€. Η πιθανότητα ότι η αποζημίωση θα είναι μικρότερη από 6.000€, γνωρίζοντας ότι η ζημία ξεπερνά την απαλλαγή, είναι 50%. Να υπολογιστεί η πιθανότητα ότι η αποζημίωση θα είναι μεγαλύτερη από 3.000€ αλλά μικρότερη από 9.000€, με δεδομένο ότι η ζημιά είναι μεγαλύτερη από την απαλλαγή.

(Α) 0,28 (Β) 0,35 (Γ) 0,50 (Δ) 0,65 (Ε) 0,72

2. Η ένταση ενός τυφώνα είναι τυχαία μεταβλητή και κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 3]$. Η καταστροφή που θα προκαλέσει ένας τυφώνας δεδομένης έντασης y είναι εκθετικά κατανεμημένη με μέση τιμή ίση με y.
Να υπολογιστεί η διασπορά της καταστροφής που θα προκαλέσει ένας τυχαίος τυφώνας.

(Α) 1,73
(Β) 1,94
(Γ) 3,00
(Δ)3,75
(Ε) 6,00

3. Ο αριθμός των ατυχημάτων που θα προκαλέσει ένας οδηγός αυτοκινήτου μέσα στο επόμενο έτος, ακολουθεί κατανομή $Poisson$ με μέση τιμή λ. Η λ είναι τυχαία μεταβλητή και ακολουθεί κατανομή $Gamma$ με μέση τιμή ίση με 6 και διασπορά ίση με 12.
Να βρεθεί η πιθανότητα ένας οδηγός να προκαλέσει 2 ατυχήματα μέσα στο επόμενο έτος.

(Α) Λιγότερο από 0,01
(Β) Τουλάχιστον 0,01 αλλά λιγότερο από 0,05
(Γ) Τουλάχιστον 0,05 αλλά λιγότερο από 0,10
(Δ) Τουλάχιστον 0,10 αλλά λιγότερο από 0,15
(Ε) Τουλάχιστον 0,15

4. Έστω $f(x) = \frac{1}{2}(e^{-x} + xe^{-x})$, $x \geq 0$. Να βρεθεί η ροπογεννήτρια $M_L(r)$ της μέγιστης σωρευτικής απώλειας L.

(Α) $\frac{3\theta(1-r)^2}{3(1+\theta)(1-r)^2-(2-r)}$ (Β) $\frac{3\theta(1-r)^2}{3(1+\theta)(1-r)^2-(1-2r)}$ (Γ) $\frac{2\theta(1-r)^2}{2(1+\theta)(1-r)^2-(1-2r)}$

(Δ) $\frac{2\theta(1-r)^2}{2(1+\theta)(1-r)^2-(2-r)}$ (Ε) $\frac{3\theta(1-r)^2}{3(1+\theta)(1-r)^2-(3-2r)}$

5. Δίνονται $p(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}} + e^{-2x}$ και $\theta = \frac{5}{9}$. Να βρεθεί η πιθανότητα χρεοκοπίας $\psi(u)$.

(Α) $\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{5}u} + \frac{1}{7}e^{-\frac{25}{14}u}$ (Β) $\frac{45}{74}e^{-\frac{1}{5}u} + \frac{9}{259}e^{-\frac{25}{14}u}$ (Γ) $\frac{4}{7}e^{-\frac{2}{5}u} + \frac{1}{14}e^{-\frac{15}{14}u}$

(Δ) $\frac{45}{74}e^{-\frac{2}{5}u} + \frac{9}{259}e^{-\frac{15}{14}u}$ (Ε) $\frac{4}{7}e^{-\frac{1}{5}u} + \frac{1}{14}e^{-\frac{25}{14}}$

6. Το ύψος των αποζημιώσεων για παροχές υγείας ενός εργαζομένου, ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[200, 1.200]$. Το ασφαλιστικό ταμείο θα καταβάλει ετήσιες αποζημιώσεις μέχρι 400€ ενώ η ασφαλιστική εταιρεία θα καταβάλει αποζημίωση μέχρι 500€ για το ποσό της ζημιάς που υπερβαίνει τα 400€. Εάν Y είναι τυχαία μεταβλητή που αναπαριστά την ετήσια αποζημίωση από την ασφαλιστική εταιρεία για έναν εργαζόμενο, να υπολογιστεί η διασπορά $Var(Y)$.

(Α) 20.833

(Β) 26.042

(Γ) 41.042

(Δ) 53.333

(Ε) 83.333

7. Δίνονται τα παρακάτω:

i) Κίνδυνοι χαμηλής σφοδρότητας ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέση τιμή ίση με θ.

ii) Κίνδυνοι μέτριας σφοδρότητας ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέση τιμή ίση με 2θ.

iii) Κίνδυνοι μεγάλης σφοδρότητας ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέση τιμή ίση με 3θ.

iv) Δεν παρατηρήθηκαν ζημιές χαμηλής σφοδρότητας.

v) Παρατηρήθηκαν 3 ζημιές μέτριας σφοδρότητας ύψους 1, 2 και 3 αντίστοιχα.

vi) Παρατηρήθηκε 1 ζημιά μεγάλης σφοδρότητας ύψους 15.

Να υπολογιστεί ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας για το θ.

(Α) 1 (Β) 2 (Γ) 3 (Δ) 4 (Ε) 5

8. Δίνονται τα παρακάτω:

- Οι συνολικές αποζημιώσεις ακολουθούν σύνθετη $Poisson$ με $\lambda = 1{,}1$.
- Τα διακριτά ύψη των αποζημιώσεων έχουν την ακόλουθη κατανομή:

x	$Pr(X = x)$
1	0,3
2	0,4
3	0,3

- Οι πιθανότητες για συγκεκριμένες τιμές των συνολικών αποζημιώσεων S είναι:

x	$f_S(x) = Pr(S = x)$
2	0,16459
3	0,16017
5	0,06584

Να υπολογιστεί η πιθανότητα $Pr(S = 4)$.

(Α) Λιγότερο από 0,04

(Β) Τουλάχιστον 0,04 αλλά λιγότερο από 0,08

(Γ) Τουλάχιστον 0,08 αλλά λιγότερο από 0,12

(Δ) Τουλάχιστον 0,12 αλλά λιγότερο από 0,14

(Ε) Τουλάχιστον 0,14

9. Η επιτροπή εξετάσεων του μεταπτυχιακού προγράμματος στον Αναλογισμό, συγκέντρωσε τα αποτελέσματα της εξεταστικής στο μάθημα των χρηματοοικονομικών. Κατασκευάστηκε γενικευμένο γραμμικό μοντέλο με λογαριθμική συνδετική συνάρτηση ($loglinkfunction$) και εξαρτημένη μεταβλητή το βαθμό στο συγκεκριμένο μάθημα (κλίμακα $0 - 10$). Οι ανεξάρτητες μεταβλητές έχουν τους παρακάτω συντελεστές:

$\boldsymbol{Ανεξάρτητες\ Μεταβλητές}$	$\boldsymbol{Συντελεστής}$
$Σταθερός\ Όρος$	$-0{,}1$
$Χρόνος\ Διαβάσματος\ (μονάδα\ ανά\ 100\ ώρες)$	$0{,}5$
$Φύλλο\ (1\ για\ γυναίκα, 0\ για\ άντρα)$	$0{,}5$
$Σχετικός\ προπτυχιακός\ τίτλος\ (1\ για\ ναι, 0\ για\ όχι)$	$-0{,}1$

Μία συγκεκριμένη φοιτήτρια σκοπεύει να δώσει το μάθημα το επόμενο εξάμηνο και έχει σχετικό προπτυχιακό τίτλο. Το πανεπιστήμιο θα της δώσει σαν παροχή τον μισό χρόνο διαβάσματος που απαιτείται προκειμένου να περάσει το μάθημα με 6.
Να υπολογιστεί ο χρόνος διαβάσματος που θα δώσει το πανεπιστήμιο στη φοιτήτρια.

(Α) 137 ώρες
(Β) 141 ώρες
(Γ) 145 ώρες
(Δ)149 ώρες
(Ε) 153 ώρες

10. Οι ετήσιες αποζημιώσεις μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας την κατανομή Pareto με δύο παραμέτρους $\theta = 2.000$ και $\alpha = 2$.

Ο ασφαλισμένος συμμετέχει στην πληρωμή της ζημιάς με τον εξής τρόπο:

(i) πληρώνει 100% της ζημιάς μέχρι το ποσό της απαλλαγής των 250€,

(ii) πληρώνει 25% της ζημιάς, μεταξύ των ποσών 250€ και 2.250€,

(iii) πληρώνει 100% της ζημιάς πάνω από 2.250€ μέχρι ο ασφαλισμένος να έχει πληρώσει συνολικά 3.600€,

(iv) πληρώνει το 5% του υπολειπόμενου ποσού της ζημιάς.

Να υπολογιστεί η ετήσια αναμενόμενη πληρωμή που θα γίνει από την ασφαλιστική εταιρεία.

(Α) 1.120

(Β) 1.140

(Γ) 1.160

(Δ) 1.180

(Ε) 1.200

11. Η τυχαία μεταβλητή X αναπαριστά το ύψος της ζημιάς, πριν από την εφαρμογή οποιασδήποτε απαλλαγής, Η σ.π.π. της X είναι η:

$$f(x) = 2x, \qquad 0 < x < 1.$$

Οι πληρωμές υπόκεινται σε απαλλαγή ύψους d όπου $0 < d < 1$.

Η πιθανότητα ότι μία πληρωμή θα είναι μικρότερη από 0,5 ισούται με 0,64.

Να υπολογιστεί η τιμή της d.

(Α) 0,1

(Β) 0,2

(Γ)0,3

(Δ) 0,4

(Ε) 0,5

12. Δίνεται ένα τυχαίο δείγμα δύο τιμών από μια κατανομή F:

1 3

Γίνεται εκτίμηση της $\theta(F) = Var(x)$, χρησιμοποιώντας τον εκτιμητή:

$$g(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^{2}(x_i - \bar{x})^2, \text{ όπου } \bar{x} = \frac{x_1+x_2}{2}.$$

Να υπολογιστεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (MSE), με χρήση της μεθόδου $Bootstrap$.

(A) 0,0 (B) 0,5 (Γ) 1,0 (Δ) 2,0 (E) 2,5

13. Να βρεθούν η σ.π.π της $f_{L_1}(x)$ και η πιθανότητα $Pr\left(L_1 > \frac{7}{8} | L_1 > \frac{3}{8}\right)$ για κίνδυνο X με $f_x(x) = 2x,\ 0 \le x \le 1$.

	σ.π.π	πιθανότητα
(A)	$\frac{3}{2}(1-x)$	$\frac{1}{19}$
(B)	$\frac{3}{2}(1-x)$	$\frac{23}{475}$
(Γ)	$\frac{3}{2}\mathrm{x}(1-\mathrm{x}^2)$	$\frac{1}{19}$
(Δ)	$\frac{3}{2}(1-\mathrm{x}^2)$	$\frac{1}{19}$
(E)	$\frac{3}{2}(1-\mathrm{x}^2)$	$\frac{23}{475}$

14. Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:

Έτος συμβάντος	Δεδουλευμένα ασφάλιστρα
2020	32.100

Σωρευτικές πληρωθείσες ζημιές

Έτος συμβάντος	Έτος εξέλιξης 0	1	2	3
2017	2.550	3.570	4.016	4.358
2018	3.640	5.096	5.733	
2019	5.225	7.315		
2020	6.270			

- Ο $apriori$ αναμενόμενος δείκτης ζημιών (LR) για όλα τα έτη ατυχήματος είναι 64,5%.
- Η εξέλιξη των αποζημιώσεων σταματάει στο $4o$ έτος.

Να εκτιμηθεί το τελικό κόστος των ζημιών για το έτος συμβάντος 2020 (UL_{2020}), με την μέθοδο $Bornhuetter - Ferguson$.

(Α) 13.828

(Β)14.860

(Γ)15.437

(Δ) 16.158

(Ε) 17.656

15. Ασφαλιστική εταιρία Αεπιθυμεί να αντασφαλίσει χαρτοφυλάκιο αγροτικών κινδύνων με μη αναλογική κάλυψη υπερβάλλουσας ζημιάς. Ο αντασφαλιστής Β χρησιμοποιεί για την τιμολόγηση τον λόγο των αναμενόμενων αποζημιώσεων μετά την αντασφάλιση σε σχέση με τις αναμενόμενες αποζημιώσεις πριν την αντασφάλιση (Loss elimination ratio $r(a)$). Η συνάρτηση κατανομής του ύψους των αποζημιώσεων (X) περιγράφεται από την σχέση $F(x) = 1 - b^a * (b + x)^{-a}$, $a > 1$ και το πλήθος των συμβάντων ακολουθεί κατανομή $Poisson$ με εκτίμηση για τη φετινή χρονιά 10 γεγονότα. Η πιθανότητα να συμμετέχει ο αντασφαλιστής είναι 25%. Ποια η τιμή του Loss elimination ratio $r(a)$;

(A)$75\% - 25\% * \frac{a}{b}$

(B) $25\% * \frac{a+b}{b}$

(Γ)$25\% * \frac{a+b}{\alpha-1}$

(Δ) $75\% - 25\% * \frac{a+b}{b}$

(E) $75\% - 25\% * \frac{a+b}{\alpha-1}$

16. Πρωτασφαλιστική εταιρία Α έχει 100.000 όριο ιδίας κράτησης και αγοράζει κάλυψη για καταστροφικούς κινδύνους με το παρακάτω σχήμα:

Κάλυμμα 1: 85% of 100.000 XS 100.000

Κάλυμμα 2: 90% of 100.000 XS 200.000

Κάλυμμα 3: 95% of 300.000 XS 300.000

Μέσα στη χρήση επέρχεται καταστροφικό γεγονός ύψους 550.000. Ποιό είναι το ποσό της Ιδίας Κράτησης της εταιρείας Α ;

(Α) 100.000

(Β) 112.500

(Γ) 125.000

(Δ) 137.500

(Ε) 150.000

17. Οι παρακάτω σχέσεις σχετίζονται με τη μη αναλογική κάλυψη υπερβάλλουσας ζημιάς. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω είναι λάθος;

1) $Var(\bar{\bar{N}}) - E(\bar{\bar{N}}) \leq Var(N) - E(N)$

2) $E(\bar{\bar{S}}) = E(N) * E(\bar{\bar{X}})$

3)$Vcov(\bar{X}) = Vcov(X)$

4)$Vcov(\bar{S}) > Vcov(\bar{\bar{S}})$

(Α) Καμία (Β) Μόνο η 1 (Γ) Η 1 και 2 (Δ) Η 3 και η 4 (Ε) Όλες

18. Χαρτοφυλάκιο γενικών ασφαλίσεων αντασφαλίζεται με μη αναλογική κάλυψη υπερβάλλουσας ζημιάς. Το ύψος των αποζημιώσεων (X) ακολουθεί την εκθετική κατανομή $X \sim \exp(\lambda)$ $και$ $\frac{1}{\lambda} = 1.000$. Το πλήθος των συμβάντων ακολουθεί διαδικασία $Poisson$. Για τη τρέχουσα χρήση αναμένονται 5 γεγονότα και η πιθανότητα να συμμετέχει ο αντασφαλιστής είναι 50%. Ποιο το ύψος του ασφαλίστρου που θα ζητήσει ο αντασφαλιστής;

(Α) 1.200 (Β) 2.500 (Γ) 1.800 (Δ) 1.000 (Ε) 400

19. Για χαρτοφυλάκιο γενικών ασφαλίσεων, οι συνολικές αποζημιώσεις της προηγούμενης χρήση ήταν €10.000.000 ενώ κατά τη διάρκεια της φετινής χρήσης παρατηρήθηκαν 200 αποζημιώσεις συνολικού ύψους €13.000.000. Για να επιτευχθεί πλήρης αξιοπιστία είναι αναγκαίο ένα μέγεθος δείγματος 450 αποζημιώσεων. Ποιο θα είναι το νέο ασφάλιστρο για την επόμενη χρήση;

(Α) 10.700.000 (Β) 11.000.000 (Γ) 11.450.000 (Δ)12.000.000 (Ε) 12.180.000

20. Το ύψος των αποζημιώσεων ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα [0, θ]. Η πρότερη κατανομή της παραμέτρου θ είναι $\pi(\theta) = \frac{500}{\theta^2}$, θ>500. Στο χαρτοφυλάκιο παρατηρήθηκαν δυο αποζημιώσεις ύψους $x_1 = 400$ και $x_2 = 600$. Αν η ύστερη κατανομή της παραμέτρου θ είναι η $f(\theta|x_1, x_2) = 3\frac{600^3}{\theta^4}$, θ>600 να υπολογισθεί το ασφάλιστρο κατά Bayes $E(x_3|x_1, x_2)$

(Α)450 (Β) 500 (Γ) 550 (Δ) 600 (Ε) 650

21. Δίνονται οι παρακάτω πληροφορίες για χαρτοφυλάκιο κινδύνων, αποτελούμενο από 2.500 ασφαλισμένους:

I. $X_i = \sum_{j=1}^{N_i} Y_{ij}$ η τυχαία μεταβλητή που περιγράφει την ετήσια ζημιά για τον i ασφαλισμένο

II. $N_1, N_2, \ldots, N_{2500}$ ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν αρνητική διωνυμική κατανομή με μέση τιμή 0,4 και διασπορά 0,48

III. $Y_{i1}, Y_{i2}, \ldots, Y_{iN_i}$ ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν Pareto κατανομή με παραμέτρους $a = 3$ και $\theta = 1000$

IV. Για να εξασφαλιστεί πλήρης αξιοπιστία υποθέτουμε ότι με πιθανότητα 90% οι συνολικές αποζημιώσεις που θα συμβούν δεν αποκλίνουν από τις αναμενόμενες περισσότερο από 5%

V. Δίνεται $Z_{\alpha/2} = 1.645$

Χρησιμοποιώντας την προσέγγιση περιορισμένης διακύμανσης υπολογίστε το δείκτη Z για το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο.

(Α)0,37 (Β)0,47 (Γ) 0,57 (Δ) 0,67 (Ε) 0,77

22. Το ετήσιο πλήθος των αποζημιώσεων για έναν ασφαλισμένο ακολουθεί κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$p(x/q) = \binom{2}{x} q^x (1-q)^{2-x}, x = 0, 1, 2.$

Η παράμετρος q έχει κατανομή με σ.π.π $\pi(q) = 4q^3$, $0 < q < 1$

Τον πρώτο και δεύτερο χρόνο παρατηρήθηκαν από μία αποζημίωση. Ποια η εκτίμηση κατά $Bayes$ για το πλήθος των αποζημιώσεων του τρίτου έτους;

(Α) 1/3 (Β) 2/3 (Γ) 4/3 (Δ) 5/3 (Ε) 3/2

23. Μέλη τριών κατηγοριών ασφαλισμένων μπορούν να φέρουν 0 ή 1 ή 2 ζημιές με την παρακάτω κατανομή :

Κατηγορία	Πλήθος Ζημιών		
	0	1	2
I	90%	0%	10%
II	80%	10%	10%
III	70%	20%	10%

Μία τυχαία κατηγορία επιλέγεται και τυχαίο πλήθος ασφαλισμένων της παρακολουθούνται για περίοδο δύο ετών:

Έτος	Πλήθος Ασφαλισμένων	Πλήθος Ζημιών
1	20	7
2	30	10

Με χρήση του προτύπου $Bühlmann$ ο συντελεστής αξιοπιστίας Z είναι ίσος με:

(Α) 0,75289 (Β) 0,55279 (Γ) 0,49279 (Δ) 0,46249 (Ε) 0,45249

24. Το πλήθος των αποζημιώσεων ακολουθεί αρνητική διωνυμική κατανομή: $N \sim NB(r,p) = \binom{r+k-1}{k} p^r (1-p)^k$ με παραμέτρους r και $p = 0{,}25$

Το ύψος των αποζημιώσεων ακολουθεί την εξής κατανομή:

Ύψος Αποζημίωσης	Πιθανότητα
1	0,4
10	0,4
100	0,2

Το πλήθος των αποζημιώσεων είναι ανεξάρτητο από το ύψος των αποζημιώσεων.

Το πλήθος των αποζημιώσεων που απαιτούνται ώστε οι συνολικές αποζημιώσεις που θα συμβούν να μην αποκλίνουν των αναμενομένων αποζημιώσεων περισσότερο από 10% με πιθανότητα 95% είναι ίσο με:

Σημείωση: $F(1{,}645) = 95\%$, $F(1{,}96) = 97{,}5\%$

(Α) 2.600,00

(Β) 2.575,05

(Γ) 2.469,06

(Δ) 2.300,02

(Ε) 1.500,85