ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 31/07/2020	**Πρωί:**	✓	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων				

1. Μια ασφαλιστική επιχείρηση, προκειμένου να περιορίσει το ύψος των αποζημιώσεων σε ένα συγκεκριμένο προϊόν υγείας, σκέφτεται να υιοθετήσει ένα είδος κινήτρου ($bonus$)προς τους γιατρούς που θα καταφέρουν να περιορίσουν το κόστος νοσηλείας σε μικρότερα ποσά από400€ ανά συμβάν. Το$bonusB$θα ισούται με cεπί το μέρος της αποζημίωσης που υπολείπεται από τα 400€ $(0 < c < 1)$.Εάν οι αποζημιώσεις ακολουθούν την κατανομή $Pareto$με $a = 2$ και $\theta = 300$, και εάν $E(B) = 100$, να βρεθεί το c.

(Α) 0,44 (Β) 0,48 (Γ) 0,52 (Δ) 0,56 (Ε) 0,60

2. Πρωτασφαλιστική εταιρία A έχει 100.000 όριο ιδίας κράτησης και αγοράζει αντασφαλιστική κάλυψη για καταστροφικούς κινδύνους με το παρακάτω σχήμα:

Κάλυμμα 1: 85% of 100.000 XS 100.000

Κάλυμμα 2: 90% of 100.000 XS 200.000

Κάλυμμα 3: 95% of 300.000 XS 300.000

Μέσα στη χρήση επέρχεται καταστροφικό γεγονός ύψους 450.000. Ποιο είναι το ποσό που θα βαρύνει την εκμετάλλευση της εταιρίαςA;

(Α) 100.000

(Β) 112.500

(Γ) 125.000

(Δ)132.500

(Ε) 150.000

3. Δίνονται:

i. Οι αποζημιώσεις ακολουθούν εκθετική κατανομή με τον ίδιο μέσο για όλα τα έτη.

ii. ο δείκτης εξάλειψης της ζημίας($loss\ elimination\ ratio$)αυτό το έτος ήταν 70%.

iii. το ύψος της απαλλαγής ($deductible$)για το επόμενο έτος θα είναι ίσο με $4/3$ της απαλλαγής του τρέχοντος έτους.

Να υπολογιστεί ο δείκτης εξάλειψηςτης ζημιάς για το επόμενο έτος.

(A) 0,70 (B) 0,75 (Γ) 0,80 (Δ) 0,85 (E) 0,90

4. Δίνονται τα ακόλουθα:

i. Η τυχαία μεταβλητή Xέχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \qquad 0 < x < \infty, \ \ \theta > 0$$

ii. Το θ εκτιμάται από τον εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας $\hat{\theta}$, χρησιμοποιώντας ένα μεγάλο σε πλήθος δείγμα δεδομένων.

iii. Η πιθανότητα ότι το Xείναι μεγαλύτερο από το kεκτιμάται από τον εκτιμητή $e^{-k/\theta}$.

Να προσδιορισθεί η ασυμπτωτική διασπορά του εκτιμητή της πιθανότητας $Pr(X > k)$.

(A) $Var(\hat{\theta})$

(B) $e^{-k/\theta} \cdot Var(\hat{\theta})$

(Γ) $e^{-2k/\theta} \cdot Var(\hat{\theta})$

(Δ) $\frac{k}{\theta^2} e^{-k/\theta} \cdot Var(\hat{\theta})$

(E) $\frac{k^2}{\theta^4} e^{-2k/\theta} \cdot Var(\hat{\theta})$

5. Ποια από τις παρακάτω είναι λάθος σχετικά με τις αντασφαλιστικές καλύψεις;

1) Η αντασφάλιση είναι εργαλείο διαχείρισης κινδύνων που εξισορροπεί τα οικονομικά αποτελέσματα μέσα από ένα σταθερό ετήσιο κέρδος για τον πρωτασφαλιστή.
2) Για σχήμα προαιρετικής αντασφάλισης, η πρόθεση εκχώρησης κινδύνου δεν αποτελεί προϋπόθεση για την αποδοχή του.
3) Η κάλυψη $excess\ of\ loss$ δεν προσθέτει ομοιογένεια σε χαρτοφυλάκιο περιουσίας που αποτελείται βιομηχανικούς κινδύνους.
4) Η κάλυψη $stop\ loss$ χρησιμοποιείται συχνά από τις εταιρίες για έναρξη νέων εργασιών και νέες δραστηριότητες.
5) Μέσα σε μία αντασφαλιστική σύμβαση δεν περιγράφεται πάντα το ανώτατο όριο του αντασφαλιστή.

(Α) η 1) και η 5)
(Β) η 2) και η 3)
(Γ) η 3) και η 4)
(Δ) η 1), η 4) και η 5)
(Ε) όλες

6. Ο αριθμός των αποζημιώσεων ακολουθεί την κατανομή:

$$\Pr(X = x) = \binom{r + x - 1}{x}\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^r\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^x$$

με r γνωστό και β άγνωστο.

Δίνεται δείγμα n παρατηρήσεων όπου $\bar{x}$ είναι η μέση τιμή του δείγματος. Να προσδιοριστεί ο εκτιμητής μέγιστής πιθανοφάνειας για το β.

(Α) $\frac{\bar{x}}{r^2}$
(Β) $\frac{\bar{x}}{r}$
(Γ) $\bar{x}$
(Δ) $r\bar{x}$
(Ε) $r^2\bar{x}$

7. Έστωχαρτοφυλάκιο ανεξάρτητων και ισόνομων κινδύνων:

S: $n = 14.000$ $q = \frac{1}{2}$ $X: f(x) = 6 \cdot 10^{-18} \cdot x \cdot (10^6 - x)$, $0 < x < 10^6$

Ποιο από τα παρακάτω είναι το περιθώριο ασφαλείας θ που εξασφαλίζει:

$Pr\left(\frac{S-E(S)}{\sqrt{Var(S)}} > z_a\right) = a$;

(Α) $\frac{z_a}{200}$ (Β) $\frac{z_a}{100}$ (Γ) $\frac{z_a}{50}$ (Δ) $\frac{z_a}{20}$ (Ε) $\frac{z_a}{10}$

8. Έστω σύνθετη $Poisson$ διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S με$Pr(X = \ln 5) = 1$. Αν$\psi(0) = \frac{1}{12}\ln 5$, να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογήςR.

(Α) 1 (Β) $\frac{1}{2}$ (Γ) 2 (Δ) $\frac{5}{2}$ (Ε) 3

9. Υποθέστε ότι οι αποζημιώσεις έχουν συνάρτηση πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} 0.2\,, & 0 < x < 3 \\ 0.1\,, & 3 \le x \le 7 \\ 0\,, & \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

Στις αποζημιώσεις εφαρμόζεται απαλλαγή ($deductible$) ύψους 2. Προσομοιώνετε τα ύψητων αποζημιώσεων χρησιμοποιώντας την μέθοδος της αντιστροφής ($inversionmethod$) και τουςπαρακάτω 4τυχαίους αριθμούς από την ομοιόμορφη κατανομή:0,55 0,80 0,35 0,60.

Ποια είναι η προσομοιωμένη αναμενόμενη πληρωμή ανά πληρωμή$E(Y^P)$;

(Α) μικρότερη από 1

(Β) τουλάχιστον 1 αλλά μικρότερη από 1,2

(Γ) τουλάχιστον 1,2 αλλά μικρότερη από 1,4

(Δ) τουλάχιστον 1,4 αλλά μικρότερη από 1,6

(Ε) τουλάχιστον 1,6

10. Οι αποζημιώσεις ακολουθούν την κατανομή:

$$F(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{100}\right)^2, & 0 \le x \le 100 \\ 1, & x > 100 \end{cases}$$

Μια ασφαλιστική εταιρεία αποζημιώνει το 80% του μέρουςτης αποζημίωσης που υπερβαίνει την απαλλαγή ύψους 20€, με μέγιστη πληρωμή το ποσό των 60€ ανά ζημιά. Να υπολογιστεί η μέση πληρωμή ανά πληρωμή $E(Y^P)$.

(Α) 37 (Β) 39 (Γ) 43 (Δ) 47 (Ε) 49

11. Δίνονται τα παρακάτω στοιχεία αποζημιώσεων:

Ύψος αποζημίωσης	*Αριθμός αποζημιώσεων*
(0 , 25]	25
(25 , 50]	28
(50 , 100]	15
(100 , 200]	6

Υποθέστε ομοιόμορφη κατανομή του ύψους των αποζημιώσεων ανάμεσα στο κάθε διάστημα. Να εκτιμηθεί η ποσότητα: $E(X^2) - E[(X \wedge 150)^2]$.

(Α) μικρότερη από 200

(Β) τουλάχιστον 200 αλλά μικρότερη από 300

(Γ) τουλάχιστον 300 αλλά μικρότερη από 400

(Δ) τουλάχιστον 400 αλλά μικρότερη από 500

(Ε) τουλάχιστον 500

12. Έστω σύνθετη $Poisson$ με μέσο $\lambda = 5$ και κατανομή του ύψους των αποζημιώσεων ακολουθεί την εξής κατρανομή:

x	$f_x(x)$
5	0,6
k	0,4

και $\kappa > 5$. Το αναμενόμενο κόστος μίας $stoploss$ ανταφαλιστικής σύμβασης με απαλλαγή ύψους 5 είναι 28,03.

Υπολογίστε το κ.

(Α) 6

(Β) 7

(Γ) 8

(Δ) 9

(Ε) 10

13. Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

$Αριθμός ζημιών$	$Πιθανότητα$	$Ύψος ζημιάς$	$Πιθανότητα$
0	1/3		
1	1/2	25 100	1/4 3/4
2	1/6	50 100	1/3 2/3

Τα ύψη των ζημιών είναι ανεξάρτητα.

Ποιαείναι η διασπορά των συνολικών αποζημιώσεων $Var(S)$;

(Α) 1.919 (Β) 3.964 (Γ) 6.214 (Δ) 8.643 (Ε) 10.308

14. Δίνονται οι ακόλουθές πληροφορίες για ένα GLM:

Εξαρτημένη μεταβλητή	Y
Κατανομή εξαρτημένης μεταβλητής	$Poisson$
Συνδετική συνάρτηση	log
Παράμετροι	$\hat{\beta}$
Σταθερός όρος	
Φύλλο	
Άντρας	0,000
Γυναίκα	−0,557
Ηλικία	0,107

Να υπολογίσετε την προβλεπόμενη τιμή του Yγια μία γυναίκα ηλικίας 22 ετών.

(Α) λιγότερο από1.000

(Β)τουλάχιστον 1.000, αλλά λιγότερο από 1.500

(Γ)τουλάχιστον 1.500, αλλά λιγότερο από 2.000

(Δ) τουλάχιστον 2.000, αλλά λιγότερο από 2.500

(Ε) τουλάχιστον 2.500

15. Ο αριθμός των αποζημιώσεων N, ακολουθεί την παρακάτω κατανομή:

n	$Pr(N = n)$
0	0,7
2	0,2
3	0,1

Εάν συμβεί μία ζημιά, η παροχή που θα πληρωθεί θα έχει ύψος 0 ή 10 με πιθανότητα 0,8 και 0,2 αντίστοιχα. Ο αριθμός των ζημιών και το ύψος της παροχής είναι ανεξάρτητα. Να υπολογιστεί η πιθανότητα οι συνολικές παροχές να ξεπεράσουν την αναμενόμενη παροχή περισσότερο από δύο τυπικές αποκλίσεις.

(Α) 0,02 (Β) 0,05 (Γ) 0,07 (Δ) 0,09 (Ε) 0,12

16. Ασφαλιστική εταιρία αποφασίζει για πρώτη φορά να αντασφαλίσει χαρτοφυλάκιο κινδύνων κάτω από σύμβαση $surplus$ με ιδία κράτηση 45.000€ και όριο αντασφαλιστικής κάλυψης 500.000€. Το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από 1.500 συμβόλαια ασφαλισμένου κεφαλαίου 70.000€, 500 συμβόλαια ασφαλισμένου κεφαλαίου 200.000€ και 75 συμβόλαια με ύψος ασφαλισμένου κεφαλαίου 450.000€. Το rate του αντασφαλιστή έχει οριστεί σε 1,5/1.000 και στο τέλος της χρήσης έρχονται 3 ζημιές όλες από τα συμβόλαια με κεφάλαιο 70,000€. Οι ζημιές έχουν ύψος 25.000€, 50.000€ και 65.000€. Ποιο το αποτέλεσμα χρήσης για τον αντασφαλιστή;

(Α) 168,063
(Β) 178,063
(Γ) 188,063
(Δ) 198,063
(Ε) 208,063

17. Δίνονται τα παρακάτω:

i. Το ετήσιο πλήθος των αποζημιώσεων για έναν ασφαλισμένο έχει σ.π.π.:

$$p(x) = \binom{3}{x} q^x (1-q)^{3-x}, \qquad x = 0,1,2,3$$

ii. Η πρότερη κατανομή είναι: $\pi(q) = 2q, \quad 0 < q < 1$

Τυχαία επιλέγεται ασφαλισμένος με καμία αποζημίωση το Έτος 1.

Με χρήση της θεωρίας $Bühlmann$ υπολογίστε το αναμενόμενο πλήθος αποζημιώσεων το Έτος2 για τον ίδιο ασφαλισμένο.

(Α) 0,33
(Β) 0,50
(Γ) 1,00
(Δ) 1,33
(Ε) 1,50

18. Μια σύνθετη Poissonέχει $\lambda = 5$ και κατανομή για το ύψος των αποζημιώσεων την:

x	$p(x)$
100	0,80
500	0,16
1.000	0,04

Να υπολογιστεί η πιθανότητα ότι οι συνολικές αποζημιώσεις θα είναι ακριβώς 600.

(Α) 2,2% (Β) 3,8% (Γ) 4,9% (Δ) 6,0% (Ε) 7,0%

19. Δίνονται τα παρακάτω:

i. Οι αποζημιώσεις είναι ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες $Poisson$ μεταβλητές με μέσο Θ

ii. Η πρότερη κατανομή της Θ είναι $F(\theta) = 1 - \left(\frac{1}{1+\theta}\right)^{2,6}, \theta > 0$

iii. Παρατηρούνται 5 αποζημιώσεις

Υπολογίστε τον συντελεστή αξιοπιστίας με χρήση της θεωρίας $BühlmannZ$.

(Α) $Z < 0,6$

(Β) $0,6 \leq Z < 0,7$

(Γ) $0,7 \leq Z < 0,8$

(Δ) $0,8 \leq Z < 0,9$

(Ε) $0,9 \leq Z$

20. Δίνονται τα ακόλουθα:

i. το πλήθος των αποζημιώσεων έχει την ακόλουθη συνάρτηση πιθανότητας:

$$p(x) = \binom{m}{x} q^x (1-q)^{m-x}, \quad x=0, 1, .., m$$

ii. κριτήριο για πλήρη αξιοπιστία είναι η απόκλιση του πλήθους των αποζημιώσεων που θα συμβούν να μην αποκλίνουν περισσότερο από 1% από το αναμενόμενο πλήθος των αποζημιώσεων με πιθανότητα 95%

iii. το ελάχιστο πλήθος αποζημιώσεων για πλήρη αξιοπιστία είναι 7.683

Να υπολογισθεί το q.

Σημείωση: $F(1{,}645) = 95\%$, $F(1{,}96) = 97{,}5\%$

(Α) 0.20

(Β) 0.40

(Γ) 0.52

(Δ) 0.72

(Ε) 0.80

21. Οι συνολικές αποζημιώσεις ανά περίοδο S ακολουθούν σύνθετη $Poisson$. Το πλήθος που απαιτείται για πλήρη αξιοπιστία των αποζημιώσεων σε περίοδο S είναι 1.500. Ανακαλύφθηκε ότι για την εκτίμηση του πλήθους που απαιτείται για πλήρη αξιοπιστία χρησιμοποιήθηκε λάθος δείκτης συντελεστή μεταβλητότητας για το ύψος της αποζημίωσης. Ο αρχικός δείκτης που χρησιμοποιήθηκε ήταν 0,6211 και ο διορθωμένος είναι 0,52. Ποιο το σωστό πλήθος που απαιτείται για πλήρη αξιοπιστία των αποζημιώσεων σε περίοδο S;

(Α) 1.300

(Β) 1.325

(Γ) 1.350

(Δ) 1.375

(Ε) 1.400

22. Ασφαλιστική εταιρία δραστηριοποιείται σε 3 διαφορετικά χαρτοφυλάκια με τα εξής χαρακτηριστικά:

Χαρτοφυλάκιο	Ποσοστό επί του συνολικού χαρτοφυλακίου	Ετήσια συχνότητα αποζημιώσεων
I	5%	$Poisson$με μέσο 0,25
II	20%	$Poisson$με μέσο 0,50
III	75%	$Poisson$με μέσο 1,00

Τυχαίος ασφαλισμένος παρατηρείται να έχει μία αποζημίωση για τα έτη 1 έως 4. Για τον ίδιο ασφαλισμένο υπολογίστε με τη μέθοδο $Bayes$ το αναμενόμενο πλήθος των αποζημιώσεων για το Έτος 5.

(Α) Λιγότερο από 0,4

(Β) Τουλάχιστον 0,4 και λιγότερο από 0,5

(Γ) Τουλάχιστον 0,5 και λιγότερο από 0,6

(Δ) Τουλάχιστον 0,6 και λιγότερο από 0,7

(Ε) Τουλάχιστον 0,7

23. Δίνονται τα παρακάτω:

i. Το πλήθος των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή $Poisson$.

ii. Το 50% των ασφαλισμένων αναμένεται να έχουν 2 συμβάντα το έτος

iii. Το υπόλοιπο 50% των ασφαλισμένων αναμένεται να έχουν 4 συμβάντα το έτος

Τυχαίος ασφαλισμένος έχει 4 αποζημιώσεις για κάθε ένα από τα 2 πρώτα έτη. Υπολογίστε με τη μέθοδο $Bayes$ το πλήθος των αποζημιώσεων στο $3o$ έτος.

(Α) 3,2

(Β) 3,4

(Γ) 3,6

(Δ) 3,8

(Ε) 4,0

24. Δίνονται τα παρακάτω:

		Τρίγωνο Σωρευτικών Πληρωμών ανά έτος εξέλιξης					
Έτος Ατυχήματος	Δεδουλευμένα Ασφάλιστρα	1	2	3	4	5	6
2014	18.000	1.400	5.200	7.300	8.800	9.800	9.800
2015	20.000	2.200	6.400	8.800	10.200	11.500	
2016	25.000	2.500	7.500	10.700	12.600		
2017	26.000	2.800	8.700	12.900			
2018	27.000	2.500	7.900				
2019	28.000	2.600					

- Η εξέλιξη των αποζημιώσεων σταματάει στο 6ο έτος.
- Ο αναμενόμενος δείκτης ζημιών για κάθε έτος ατυχήματος είναι 0,55.

Να εκτιμηθεί το συνολικό απόθεμα με την μέθοδο $Bornhuetter - Ferguson$.

(Α) 21.800

(Β) 22.500

(Γ) 23.600

(Δ) 24.700

(Ε) 25.400