ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 06/07/2016	**Πρωί:**	✓	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων				

Ερώτηση 1

Ο αριθμός των ατυχημάτων που θα προκαλέσει ένας ασφαλισμένος μέσα στο επόμενο ασφαλιστικό έτος ακολουθεί την κατανομή $Poisson$ με μέση τιμή λ. Η λ είναι τ.μ. με σ.π.π την παρακάτω:

$$f(x) = \left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 e^{-\frac{\lambda}{2}}, \quad \lambda > 0.$$

Να βρεθεί η πιθανότητα για έναν ασφαλισμένο να προκαλέσει 2 ατυχήματα μέσα στο επόμενο ασφαλιστικό έτος.

(Α) Λιγότερο από 0,01

(Β) Τουλάχιστον 0,01 αλλά λιγότερο από 0,05

(Γ) Τουλάχιστον 0,05 αλλά λιγότερο από 0,10

(Δ) Τουλάχιστον 0,10 αλλά λιγότερο από 0,15

(Ε) Τουλάχιστον 0,15

Ερώτηση 2

Δίνεται σύνθετη γεωμετρική με $Pr(N = n) = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^n$, $n = 0,1,2,\ldots$ και ύψος αποζημίωσης:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x = 0 \\ \frac{1}{2}e^{-x}, & x > 0 \end{cases}.$$

Να βρεθεί η $f_S(0)$.

(Α) $\frac{1}{4}$ (Β) $\frac{2}{5}$ (Γ) $\frac{1}{2}$ (Δ) $\frac{5}{8}$ (Ε) $\frac{3}{4}$

Ερώτηση 3

Να βρεθούν η σ.π.π της $f_{L_1}(x)$ και η πιθανότητα $Pr\left(L_1 > \frac{7}{8} | L_1 > \frac{3}{8}\right)$ για κίνδυνο X με $f_x(x) = 2x,\ 0 \leq x \leq 1$.

	σ.π.π	πιθανότητα
(Α)	$\frac{3}{2}(1-x)$	$\frac{1}{19}$
(Β)	$\frac{3}{2}(1-x)$	$\frac{23}{475}$
(Γ)	$\frac{3}{2}\mathrm{x}(1-\mathrm{x}^2)$	$\frac{1}{19}$
(Δ)	$\frac{3}{2}(1-\mathrm{x}^2)$	$\frac{1}{19}$
(Ε)	$\frac{3}{2}(1-\mathrm{x}^2)$	$\frac{23}{475}$

Ερώτηση 4

Έστω δυο χαρτοφυλάκια.

- Στο πρώτο χαρτοφυλάκιο η κατανομή του πλήθους των αποζημιώσεων είναι Poisson, και m_A είναι ο αριθμός των αποζημιώσεων που απαιτείται για πλήρη αξιοπιστία, ώστε η πιθανότητα το πλήθος των αποζημιώσεων που θα συμβούν να μην αποκλίνει περισσότερο από 5% του αναμενόμενου πλήθους αποζημιώσεων, να είναι ίση με 98%
- στο δεύτερο χαρτοφυλάκιο η κατανομή του πλήθους των αποζημιώσεων είναι επίσης Poisson, για την κατανομή του ύψους των αποζημιώσεων ισχύει $\mathrm{Var(X)=0{,}80\big(E(X)\big)^2}$, και m_B είναι ο αριθμός των αποζημιώσεων που απαιτείται ώστε η πιθανότητα το συνολικό ύψος των αποζημιώσεων που θα συμβούν να μην αποκλίνει περισσότερο από k% του αναμενόμενου συνολικού ύψους να είναι ίση με 95% .

Να υπολογισθεί το k όταν $m_A = m_B$

Δίνονται: $z_{2,5\%} = 1{,}96$ $\quad z_{1\%} = 2{,}327$

(Α) Μικρότερο από 4

(Β) Μεταξύ 4 και 5

(Γ) Μεταξύ 5 και 6

(Δ) Μεταξύ 6 και 7

(Ε) Μεγαλύτερο από 7

Ερώτηση 5

Δίνεται το ακόλουθο χαρτοφυλάκιο ανεξάρτητων κινδύνων:

n	q	$X \sim U(0,1)$
n	q	$X \sim f_x(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$

Να βρεθεί η πιθανότητα το ύψος της αποζημίωσης να υπερβεί το μέσο της, $Pr(X > \bar{x})$.

(Α) $\frac{377}{392}$ (Β) $\frac{113}{392}$ (Γ) $\frac{57}{392}$ (Δ) $\frac{57}{98}$ (Ε) $\frac{113}{98}$

Ερώτηση 6

Αν για πλήθος $n = 100$ περιπτώσεων ο συντελεστής μερικής αξιοπιστίας Z είναι ίσος με 0,40, πόσο πρέπει να αυξηθεί κατ΄ ελάχιστον το n ώστε ο συντελεστής μερικής αξιοπιστίας να αυξηθεί σε τουλάχιστον 0,50;

(Α) 55 (Β) 56 (Γ) 57 (Δ) 58 (Ε) 59

Ερώτηση 7

Για μία σύνθετη διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S ισχύει:

- $Pr(N = n) = pq^n$, n=0,1,2,3,…
- $E(N) = 4$
- $Pr(X = x) = 0{,}25$, $x = 1, 2, 3, 4$
- N, X ανεξάρτητα.

Να βρεθεί η $F_S(3)$.

(Α) 0,27 (Β) 0,29 (Γ) 0,31 (Δ) 0,33 (Ε) 0,35

Ερώτηση 8

Οι συνολικές αποζημιώσεις S ακολουθούν τη σύνθετη διωνυμική με:

- $\Pr(N = n) = \binom{3}{n}\left(\frac{1}{6}\right)^n\left(\frac{5}{6}\right)^{3-n}$, *n=0,1,2,3* και
- $Pr(x = 100) = \frac{2}{3}$, $Pr(x = 1100) = \frac{1}{6}$, $Pr(x = 2100) = \frac{1}{6}$.

Να βρεθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας $\frac{\sqrt{Var(S)}}{E(S)}$ για την S.

(Α) Λιγότερο από 1,5

(Β) Τουλάχιστον 1,5 αλλά λιγότερο από 2,5

(Γ) Τουλάχιστον 2,5 αλλά λιγότερο από 3,5

(Δ) Τουλάχιστον 3,5 αλλά λιγότερο από 4,5

(Ε) Τουλάχιστον 4,5

Ερώτηση 9

Έστω $f(x) = \frac{1}{2}(e^{-x} + xe^{-x})$, $x \geq 0$. Να βρεθεί η ροπογεννήτρια $M_L(r)$ της μέγιστης σωρευτικής απώλειας L.

(Α) $\frac{3\theta(1-r)^2}{3(1+\theta)(1-r)^2-(2-r)}$ (Β) $\frac{3\theta(1-r)^2}{3(1+\theta)(1-r)^2-(1-2r)}$ (Γ) $\frac{3\theta(1-r)^2}{3(1+\theta)(1-r)^2-(3-2r)}$

(Δ) $\frac{2\theta(1-r)^2}{2(1+\theta)(1-r)^2-(2-r)}$ (Ε) $\frac{2\theta(1-r)^2}{2(1+\theta)(1-r)^2-(1-2r)}$

Ερώτηση 10

Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα:

Έτος συμβάντος	Δεδουλευμένα ασφάλιστρα
2015	200

Σωρευτικές πληρωθείσες ζημιές

Έτος συμβάντος	Έτος εξέλιξης 0	1	2	3
2012	26	40	48	51
2013	40	43	51	
2014	44	67		
2015	69			

- Ο a priori αναμενόμενος δείκτης ζημιών (LR) για όλα τα έτη ατυχήματος είναι 51%.
- Η εξέλιξη των αποζημιώσεων σταματάει στο 4ο έτος.

Να εκτιμηθεί το τελικό κόστος των ζημιών για το έτος συμβάντος 2015 (UL_{2015}), με την μέθοδο Bornhuetter-Ferguson.

(Α) 112 (Β) 119 (Γ) 128 (Δ) 132 (Ε) 138

Ερώτηση 11

Το ύψος των ζημιών ενός χαρτοφυλακίου ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα [0,100]. Η ασφαλιστική επιλέγει να αντασφαλιστεί με σύμβαση Excess of Loss και με προτεραιότητα c, δηλαδή ο αντασφαλιστής για κάθε ζημιά με ύψος X>c. πληρώνει X-c. Η διασπορά του ποσού που ο αντασφαλιστής θα πληρώσει για μια ζημιά ισούται με 69,75. Να υπολογισθεί το c.

(Α) 65 (Β) 70 (Γ) 75 (Δ) 80 (Ε) 85

Ερώτηση 12

Ένα δείγμα μεγέθους 5 από την X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x_i) = \frac{2}{\beta^2} x_i e^{-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^2}$$

έδωσε τις εξής τιμές:

2,5 7,5 12,5 16,0 17,5

Να υπολογιστεί ο εκτιμητής μέγιστης πιθανοφάνειας για το β.

(Α) Λιγότερο από 10

(Β) Τουλάχιστον 10 αλλά λιγότερο από 11

(Γ) Τουλάχιστον 11 αλλά λιγότερο από 12

(Δ) Τουλάχιστον 12 αλλά λιγότερο από 13

(Ε) Τουλάχιστον

Ερώτηση 13

Οι αποζημιώσεις ενός χαρτοφυλακίου $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$ περιγράφονται από P(N=0) = 0,3

P(N=1) = 0,2 P(N=2) = P(N=3) = P(N=4) = P(N=5) = P(N=6) = 0,1

και $P(X_i=100)= P(X_i=200)=0,4$ $P(X_i=400)= P(X_i=600)=0,1$.

Να υπολογίσετε το καθαρό αντασφάλιστρο (αναμενόμενες αποζημιώσεις αντασφαλιστή) για μια σύμβαση Excess of Loss με προτεραιότητα (ιδία κράτηση πρωτασφαλιστή) 200.

(Α) 44 (Β) 86 (Γ) 132 (Δ) 248 (Ε) 484

Ερώτηση 14

Δίνεται το χαρτοφυλάκιο:

n	q	b
100	0,01	1
200	0,02	2
300	0,03	3

Να βρεθεί το περιθώριο ασφαλείας θ τέτοιο ώστε να ισχύει:

$$Pr\big(S < (1+\theta)E(S)\big) = \Pr\left(S < E(S) + \frac{m}{7}\sqrt{Var(S)}\right)$$

όπου m το αναμενόμενο πλήθος ζημιογόνων γεγονότων.

(Α) Λιγότερο από 0,50

(Β) Τουλάχιστον 0,50 αλλά λιγότερο από 0,55

(Γ) Τουλάχιστον 0,55 αλλά λιγότερο από 0,60

(Δ) Τουλάχιστον 0,60 αλλά λιγότερο από 0,65

(Ε) Τουλάχιστον 0,65

Ερώτηση 15

Η σ.π.π των αποζημιώσεων είναι η :

$$f_x(x) = \begin{cases} 0{,}02x, & 0 < x < 10 \\ 0, & \textit{διαφορετικά} \end{cases}$$

Σε ένα τύπο συμβολαίων εφαρμόζεται απαλλαγή (deductible) ίση με 4 ανά ζημιά.

Συμβολίζουμε με Y^{P} την τυχαία μεταβλητή της πληρωμής ανά πληρωμή για τα συγκεκριμένα συμβόλαια.

Να βρεθεί η $\mathrm{E}[\mathrm{Y}^{\mathrm{P}}]$.

(Α) 2,9 (Β) 3,0 (Γ) 3,2 (Δ) 3,3 (Ε) 3,4

Ερώτηση 16

Δίνεται τυχαία μεταβλητή X με σ.π.π.:

$$f_X(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\left(\frac{x-\delta}{\theta}\right)}, \quad \delta < x < \infty$$

Για την τ.μ. X ισχύει $E(X) = 300$ και $F_X(240) = 0{,}5$.

Να βρεθεί το δ.

(Α) Λιγότερο από 40

(Β) Τουλάχιστον 40 αλλά λιγότερο από 60

(Γ) Τουλάχιστον 60 αλλά λιγότερο από 80

(Δ) Τουλάχιστον 80 αλλά λιγότερο από 100

(Ε) Τουλάχιστον 100

Ερώτηση 17

Έστω ότι η σφοδρότητα των αποζημιώσεων έχει σ.π.π. $f(x) = \frac{5}{2}x^{-\frac{7}{2}}, \quad x > 1$. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας για την σφοδρότητα των αποζημιώσεων.

(Α) Μικρότερος από 0,7 (Β) Μεταξύ 0,7 και 0,85 (Γ) Μεταξύ 0,85 και 1,00

(Δ) Μεταξύ 1,00 και 1,15 (Ε) Μεγαλύτερος από 1,15

Ερώτηση 18

Οι αποζημιώσεις ακολουθούν μείξη δύο ανεξάρτητων κατανομών Α και Β. Δίνονται:

- η κατανομή Α είναι εκθετική με μέση τιμή θ_A,
- η κατανομή Β είναι εκθετική με μέση τιμή θ_B,
- $\theta_B > \theta_A$,
- στην κατανομή Α δίνεται βάρος ίσο με 0,6 ,
- η μέση τιμή της μεικτής κατανομής είναι 180,
- η διασπορά της μεικτής κατανομής είναι 43.200.

Να εκτιμηθεί η πιθανότητα μία αποζημίωση να έχει ύψος μεγαλύτερο από 500, κάνοντας χρήση της μεθόδου των ροπών.

(Α) 6,6% (Β) 6,8% (Γ) 7,0% (Δ) 7,2% (Ε) 7,4%

Ερώτηση 19

Δίνεται σύνθετη Poisson διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S με παράμετρο

$\lambda = 0{,}04$ και $\Pr(x = 1) = 0{,}5$, $\Pr(x = 2) = 0{,}4$ και $\Pr(x = 3) = 0{,}1$.

Να βρεθεί αναδρομική σχέση για τον υπολογισμό της S.

(Α) $f_S(n) = \frac{1}{n}[0{,}02f_S(n-1) + 0{,}016f_S(n-2)]$

(Β) $f_S(n) = \frac{1}{n}[0{,}04f_S(n-1) + 0{,}032f_S(n-2)]$

(Γ) $f_S(n) = \frac{1}{n}[0{,}04f_S(n-1) + 0{,}032f_S(n-2) + 0{,}012f_S(n-3)]$

(Δ) $f_S(n) = \frac{1}{n}[0{,}02f_S(n-1) + 0{,}016f_S(n-2) + 0{,}004f_S(n-3)]$

(Ε) $f_S(n) = \frac{1}{n}[0{,}02f_S(n-1) + 0{,}032f_S(n-2) + 0{,}012f_S(n-3)]$

Ερώτηση 20

Σε μία σύνθετη $Poisson$ διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων, το ετήσιο αποτέλεσμα G έχει σ.π. την ακόλουθη:

$$\begin{cases} f(g) = \frac{1}{3}e^{3g}, & g < 0 \\ f(g) = \frac{8}{3}e^{-3g}, & g \geq 0 \end{cases}$$

Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής R .

(Α) $\frac{7}{3}$ (Β) $\frac{8}{3}$ (Γ) $\frac{10}{3}$ (Δ) $\frac{11}{3}$ (Ε) $\frac{13}{3}$

Ερώτηση 21

Ακολούθως δίνεται η εμπειρία της τ.μ. Χ για 8 περιόδους:

3, 4, 8, 10, 12, 18, 22, 35

Η κατανομή της Χ είναι εκθετική με παράμετρο θ και σ.π.π $f_X(x \mid \theta)) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$.

Η πρότερη κατανομή της Θ είναι ομοιόμορφη στο διάστημα [10, 20].

Να υπολογισθεί το ασφάλιστρο Ρ κατά Buhlmann.

(Α) Ρ<14 (Β) 14≤Ρ<14,3 (Γ) 14,3≤Ρ<14,6 (Δ) 14,6≤Ρ<14,9 (Ε) 14,9≤Ρ

Ερώτηση 22

Έστω ότι η εμπειρία των αποζημιώσεων δυο χαρτοφυλακίων είναι η ακόλουθη

	Χαρτοφυλάκιο (n)	
Περίοδος(m)	**1**	**2**
1	2	3
2	2	10
3	5	11

Να υπολογισθεί ο συντελεστής $Z_{(3)}$.

(Α) $\frac{12}{71}$ (Β) $\frac{14}{71}$ (Γ) $\frac{18}{71}$ (Δ) $\frac{58}{75}$ (Ε) $\frac{53}{75}$

Ερώτηση 23

Έστω ότι ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται από k κατηγορίες κινδύνων, με ισάριθμο πλήθος ασφαλισμένων σε κάθε κατηγορία. Για κάθε κίνδυνο στην κατηγορία i το πλήθος των αποζημιώσεων σε ένα έτος ακολουθεί κατανομή Bernoulli με πιθανότητα ζημιάς q_{i}. Αν συμβεί ζημιά στην κατηγορία i, τότε το ύψος της ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέσο λ_{i}. Επιλέγουμε τυχαία έναν κίνδυνο, ο οποίος βρέθηκε να έχει αποζημίωση ύψους x>0 κατά τη διάρκεια του έτους. Βρείτε την πιθανότητα ο κίνδυνος να προέρχεται από την κατηγορία 1.

(A) $\dfrac{\frac{q_1}{\lambda_1}e^{-\frac{x}{\lambda_1}}}{\sum\frac{q_i}{\lambda_{\mathrm{i}}}e^{-\frac{x}{\lambda_{\mathrm{i}}}}}$ (B) $\dfrac{q_1 e^{-\frac{x}{\lambda_1}}}{\sum q_i e^{-\frac{x}{\lambda_{\mathrm{i}}}}}$ (Γ) $\dfrac{\frac{q_1}{\lambda_1}}{\sum\frac{q_i}{\lambda_{\mathrm{i}}}}$ (Δ) $\dfrac{\lambda_1 e^{-\frac{x}{\lambda_1}}}{\sum \lambda_i e^{-\frac{x}{\lambda_{\mathrm{i}}}}}$ (E) $\dfrac{\lambda_1}{\sum \lambda_i}$

Ερώτηση 24

Οι αποζημιώσεις ενός χαρτοφυλακίου $\mathrm{S} = \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \ldots + \mathrm{X}_{\mathrm{N}}$ περιγράφονται από την κατανομή για τον αριθμό των ζημιών N και την κατανομή του ύψους ζημιών X_{i}. Το χαρτοφυλάκιο αντασφαλίζεται με σύμβαση Excess of Loss και με προτεραιότητα 5, δηλαδή ο αντασφαλιστής για κάθε ζημιά με ύψος X_{i}>5 πληρώνει X_{i}-5.

Να υπολογίσετε την διασπορά των πληρωμών του αντασφαλιστή εάν η τ.μ. N έχει κατανομή Poissonμε μέσο 2 και η κατανομή του ύψους ζημιών έχει πυκνότητα:

$\mathrm{f(x)} = 3\mathrm{x}^{-4}, \quad \mathrm{x} > 1.$

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (Γ) $\frac{6}{5}$ (Δ) $\frac{8}{5}$ (E) $\frac{10}{5}$