ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 22/7/2015	**Πρωί:**		**Απόγευμα:**	√
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων				

1. (10 βαθμοί) α) Στην περίπτωση διωνυμικής κατανομής του πλήθους των ζημιών, οι σταθερές α και β στην αναδρομική σχέση $f(j)=\frac{1}{1-\alpha p(0)}\sum\left(\alpha+\frac{\beta}{j}i\right)p(i)f(j-i)$ (για τον υπολογισμό της σ.π. των συνολικών αποζημιώσεων) είναι $\alpha=-\frac{q}{p}$ και $\beta=(n+1)\frac{q}{p}$.

(i) Να γραφεί η αναδρομική σχέση για τη σύνθετη διωνυμική με $\Pr(N=i)=\binom{n}{i}\left(\frac{1}{2}\right)^n, i=0,1,\ldots,n$, και $p(i)=\binom{m-1}{i-1}\left(\frac{1}{2}\right)^m$, $i=1,2,\ldots,m$. (ii) Να βρεθούν από τη σχέση αυτή τα $f(0)$, $f(1)$ και $f(2)$ και να επαληθευτούν οι τιμές αυτές με χρήση συνδυαστικής μεθόδου.

β) Δίδεται $p(x)=2(1-x)$, $0\le x\le 1$. Να δειχθεί ότι $E\left(I_x^k\right)=\frac{2}{(k+1)(k+2)}(1-x)^{k+2}$.

2. (10 βαθμοί) Δίδεται σύνθετη Poisson διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S με $\lambda=6$ και $\Pr(X=1)=\frac{1}{6}$, $\Pr(X=2)=\frac{1}{6}$, $\Pr(X=3)=\frac{1}{2}$, $\Pr(X=4)=\frac{1}{6}$. Να βρεθεί η $\Pr(S=5)$:

α. με τη βασική μέθοδο (συνελίξεις),
β. με την εναλλακτική μέθοδο και
γ. με χρήση κατάλληλης αναδρομικής σχέσης.

3. (10 βαθμοί) α) Δίδονται $p(x)=e^{-2x}+3\cdot e^{-6x}$, $x>0$, και $\theta=\frac{4}{5}$. Να βρεθεί η πιθανότητα χρεοκοπίας $\psi(u)$.

β). Δίδεται χαρτοφυλάκιο 14.000 ισόνομων κινδύνων με $f(x)=6\cdot 10^{-24}x\left(10^8-x\right)$, $0\le x\le 10^8$ και $q=\frac{1}{2}$. Αν οι συνολικές αποζημιώσεις είναι S, να βρεθεί περιθώριο ασφάλειας θ συναρτήσει z_a που εξασφαλίζει ότι $\Pr\left(\frac{S-E(S)}{\sqrt{Var(S)}}>z_\alpha\right)=\alpha$.

4. (10 βαθμοί) α) Δίδεται πιθανότητα $\psi(x)=C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}+C_3e^{-3x}$ και $\psi(0)=\frac{1}{2}$, $-\psi'(0)=\frac{1}{4}$, $\psi''(0)=\frac{1}{8}$. (i) Να βρεθούν τα C_1, C_2, C_3. (ii) Να βρεθούν τα p_1 και θ.

β) Σε μία σύνθετη διαδικασία S, η τ.μ. N είναι μεμιγμένη Poisson με μικτική την $u(\lambda)=e^{-\lambda}, \lambda>0$ και η τ.μ. X έχει σ.π.π. $p(x)=3e^{-3x}, x\geq 0$. Να βρεθεί η $f_S(x)$ που ορίζει την κατανομή της S.

5. (10 βαθμοί) Έστω $X\sim U(0,1)$ και το περιθώριο ασφάλειας $\theta=1$. (i) Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής του ασφαλιστή, με προσέγγιση 2ας τάξεως, κάτω από κάλυψη υπερβάλλοντος I_μ, $\mu=E(X)$ και με περιθώριο ασφάλειας $\xi=2$. (ii) Να γραφεί $E(G_x)$, το αναμενόμενο κέρδος του ασφαλιστή, ως συνάρτηση του δείκτη x της κάλυψης I_x. Με βάση τη σχετική συνάρτηση του x, να επαληθευθεί ότι το αναμενόμενο κέρδος είναι μέγιστο όταν $x=1$ (καμιά αντασφάλιση), ελάχιστο (και μάλιστα αρνητικό, γιατί;) όταν $x=0$ (100% εκχώρηση) και μηδενικό όταν $x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$. (iii) Αν το αναμενόμενο κέρδος (του ασφαλιστή) που αντιστοιχεί στο I_{x_1} είναι $\frac{1}{4}$, ποια η τιμή του x_1;