ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ (ΕΜΠΟΡΙΟΥ)
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

24 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΠΡΩΪΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (9 π.μ. – 11 π.μ.)

1. Με ποιό επιτόκιο ισχύει ότι $\ddot{a}_{\overline{20}|} = \frac{3}{2} a_{\overline{10}|}$;

(Α) 26,84% (Β) 36,84% (Γ) 46,84% (Δ) 56,84% (Ε) 56,84%

2. Η ένταση ανατοκισμού Δ είναι τυχαία μεταβλητή με κατανομή Γ(α=20,θ=100). Να βρεθεί η $E\left(\overline{A}_{15}^{(\Delta)}\right)$ (Σημ. η ροπογεννήτρια της κατανομής Γ(α, θ) ισούται με $M(u) = \left(\frac{\theta}{\theta - u}\right)^{a}$)

(Α) 6,124 (Β) 5,751 (Γ) 4,893 (Δ) 4,751 (Ε) 3,893

3. Ποία από τα παρακάτω αληθεύουν;

I. Διηνεκής ληξιπρόθεσμη ράντα που καταβάλλει $(1+i)^{t}$, t = 1, 2, 3, …, αποτιμημένη με επιτόκιο $2i$ έχει παρούσα αξία $\ddot{a}_{\overline{\infty}|}^{(i)}$

II. Διηνεκής ληξιπρόθεσμη ράντα που καταβάλλει $\ddot{s}_{\overline{t}|}^{(i)}$, t = 1, 2, 3, …, αποτιμημένη με επιτόκιο $2i + i^{2}$ έχει παρούσα αξία $\frac{1}{1+v^{(i)}}(Ia)_{\overline{\infty}|}^{(i)}$

III. Διηνεκής συνεχής ράντα με καταβολές $f(t) = a_{\overline{t}|}^{(i)}$, αποτιμημένη με επιτόκιο $2i + i^{2}$ έχει παρούσα αξία $\frac{1}{6\delta^{(i)}}$

(Α) Μόνο το I (Β) Μόνο τα I και II (Γ) Μόνο τα II και III
(Δ) Μόνο το II (Ε) Όλα

4. Οι τιμές τριμηνιαίου, εξαμηνιαίου και ετησίου ομολόγου χωρίς τοκομερίδια είναι αντίστοιχα $P_{1/4} = 0{,}990242736$, $P_{1/2} = 0{,}979404214$ και $P_1 = 0{,}954653938$. Ταυτόχρονα, ένα ετήσιο ομόλογο με τριμηνιαία κουπόνια $r^{(4)}$ = 0,20 τιμάται 1,149245298. Να βρεθούν τα $P_{3/4}$ (τιμή ομολόγου διαρκείας 9 μηνών χωρίς τοκομερίδια) και $s_{3/4}$ (αντίστοιχο προς το $P_{3/4}$ spot rate) που είναι συμβατά με τη δοθείσα διάρθρωση των τιμών.

(Α) $P_{3/4} = 0{,}968917430$ και $s_{3/4} = 4{,}3\%$

(Β) $P_{3/4} = 0{,}967526307$ και $s_{3/4} = 4{,}5\%$

(Γ) $P_{3/4} = 0{,}967526307$ και $s_{3/4} = 4{,}7\%$

(Δ) $P_{3/4} = 0{,}964757990$ και $s_{3/4} = 4{,}9\%$

(Ε) $P_{3/4} = 0{,}964757990$ και $s_{3/4} = 5{,}1\%$

5. Τα επιτόκια πρόσω (forward rates) είναι $f_t = \frac{1}{31-t}$, t=1, 2, …, 20. Να βρεθεί, για ένα 20ετές ομόλογο, η απόδοση στο άρτιο (par yield) που αντιστοιχεί στη δοθείσα διάρθρωση επιτοκίων.

(Α) 4,88% (Β) 5,08% (Γ) 5,28% (Δ) 5,48% (Ε) 5,68%

6. Έναντι καταβολής ποσού X στα t = 0, 1, …, n-1 , θα εισπραχθεί ποσό Y στα t = n, n+1, … , 2n-1. Η ύπαρξη (θετικής) εσωτερικής απόδοσης απαιτεί:

(A) $Y < (1+i)^n X$ (B) $Y < X$ (Γ) $Y > (1+i)^n X$

(Δ) $Y > X$ (E) $Y > (1+i)^{2n} X$

7. Για τη μεταβλητή ένταση ανατοκισμού δ_t , είναι $\delta_0 = 0$, $\int_0^\infty \delta_t dt = \infty$ και υπάρχει συνεχής παράγωγος δ'_t . Ποιά η τιμή του $\int_0^\infty \left(\delta'_t - \delta_t^2\right) e^{-\int_0^t \delta_s ds} dt$;

(A) 0 (B) 1 (Γ) -1 (Δ) $-\infty$ (E) $+\infty$

8. Εάν στο πρότυπο Black-Scholes, S = K = 1, r = 0, σ = 1 και T το χρονικό σημείο άσκησης ενός Ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς με τιμή C=C(T), να βρεθεί η τιμή C και παράγωγος $\frac{dC}{dT}$

(A) $C = 2N\left(\frac{\sqrt{T}}{2}\right) - 1$ και $\frac{dC}{dT} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{T}{8}}$

(B) $C = N\left(\frac{\sqrt{T}}{2}\right) - 1$ και $\frac{dC}{dT} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{T}{8}}$

(Γ) $C = 2N\left(\frac{\sqrt{T}}{2}\right) - 1$ και $\frac{dC}{dT} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{T}{8}}$

(Δ) $C = \frac{\sqrt{T}}{2}$ και $\frac{dC}{dT} = \frac{1}{4\sqrt{T}}$

(E) $C = 1 - 2N\left(\frac{\sqrt{T}}{2}\right)$ και $\frac{dC}{dT} = -\frac{1}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{T}{8}}$

9. Περιουσιακά στοιχεία με παρούσα αξία A = 220 και μέση διάρκεια $\overline{t_A} = 10$ καλύπτουν υποχρεώσεις με παρούσα αξία L = 200 και μέση διάρκεια $\overline{t_L} = \overline{t_A} = 10$. Να εκτιμηθεί η μεταβολή του πλεονάσματος A – L που προκαλείται από την αύξηση της έντασης ανατοκισμού δ κατά 1,5%.

(A) 3 (B) 2 (Γ) 0 (Δ) -2 (E) -3

10. Οι σημερινές τιμές δύο ομολογιών χωρίς τοκομερίδια που λήγουν σε 1 και 3 έτη είναι P_1 = 0,9615385 και P_3 = 0,8639160 αντίστοιχα. Το επιτόκιο πρόσω (forward rate) f_3 είναι ίσο με 5%. Να βρεθούν τα f_2 και s_2.

(Α) f_2 =6,5% s_2 =5,5% (Β) f_2 =6% s_2 =5% (Γ) f_2 =5,5% s_2 =4,5%

(Δ) f_2 =5% s_2 =6% (Ε) f_2 =5% s_2 =5%

11. Μετοχή Κ με σημερινή αξία P_0=35, αναμένεται να δώσει μέρισμα 1,5 μετά από ένα έτος. Δίνεται ότι η συσχέτιση της απόδοσης της μετοχής R_m με την απόδοση της αγοράς είναι Cov(R_K, R_m) = 0,85 , η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς ισούται με R_m = 0,12 και η μεταβλητότητα της αγοράς είναι σ_m=0,70. Εάν η ακίνδυνη απόδοση ισούται με 0,045 , υπολογιστεί η αξία της μετοχής P_1 σε ένα έτος από σήμερα, μετά την καταβολή του μερίσματος.

(Α) 36,58 (Β) 37,70 (Γ) 39,20 (Δ) 39,49 (Ε) 39,63

12. Εάν το κεφάλαιο κατά τις χρονικές στιγμές t = 0, ½ , 1 πριν από οποιαδήποτε κίνηση (κατάθεση ή ανάληψη) λαμβάνει τις τιμές B_0 = B_1 = 1 και $B_{½}$ = 2 ενώ η μοναδική κίνηση είναι κατάθεση ποσού ύψους 1 κατά τη χρονική στιγμή t = ½ , να βρεθεί η χρονοσταθμισμένη απόδοση.

(Α) -1/3 (Β) -1/2 (Γ) 0 (Δ) 1/2 (Ε) 1/3

13. 20ετές δάνειο ύψους L = 1 με συνολική επιβάρυνση (τόκους) $I = \frac{1}{2}$, εξοφλείται με συνεχή δόση $\Delta_t = \alpha t$ που διασπάται σε κεφάλαιο $C_t = \beta t^2$ και τόκο $I_t = \alpha t - \beta t^2$. Να βρεθεί το επιτόκιο του δανείου.

(A) 10^{-1} (B) 20^{-1} (Γ) 30^{-1} (Δ) 40^{-1} (E) 50^{-1}

Τα προβλήματα 14 , 15, 16 και 17 βασίζονται σε ακίνδυνη απόδοση r_f = 4% καθώς και στην παρακάτω ανάλυση των αποδόσεων R_M, R_Λ, R_K της αγοράς Μ και των μετοχών Λ και Κ αντίστοιχα:

	Ανοδική Αγορά	Στάσιμη Αγορά	Πτωτική Αγορά
Πιθανότητα	20%	50%	30%
Απόδοση Αγοράς R_M	15%	2%	-5%
Απόδοση Μετοχής R_Λ	20%	16%	-20%
Απόδοση Μετοχής R_K	10%	8%	-5%

14. Να υπολογισθεί το βήτα των μετοχών Λ και Κ.

(A) β_Λ = 1,4860 και β_K = 1,1098
(B) β_Λ = 1,5860 και β_K = 1,0098
(Γ) β_Λ = 1,6860 και β_K = 0,9098
(Δ) β_Λ = 1,7860 και β_K = 0,8098
(E) β_Λ = 1,8860 και β_K = 0,7098

15. Εάν U_1 είναι η οφελημότητα ενός επενδυτή, με A = 2, και U_2 η οφελημότητα ενός επενδυτή, με A = 4 , οι οποίες προκύπτουν από την επένδυση στο ίδιο χαρτοφυλάκιο Χ, αποτελούμενο κατά 60% από τη μετοχή Λ και κατά 40% από τη μετοχή Κ, να υπολογιστεί η διαφορά $U_1 – U_2$.

(Α) 0,0133 (Β) 0,0143 (Γ) 0,0153 (Δ) 0,0163 (Ε) 0,0173

16. Επενδυτής με A = 2 σχηματίζει χαρτοφυλάκιο που αποτελείται κατά α% από τη μετοχή Λ και κατά (1-α)% από την ακίνδυνη απόδοση r_f με σκοπό τη μεγιστοποίηση της οφελημότητάς του. Να υπολογιστεί το α.

(Α) 4,25% (Β) 14,25% (Γ) 24,25% (Δ) 34,25% (Ε) 44,25%

17. Λαμβάνοντας υπόψη τα συμπεράσμα του CAPM, να εξετασθεί εάν οι τιμές των μετοχών Λ και Κ έχουν προοπτική ανόδου ή καθόδου.

(Α) Και οι δύο έχουν προοπτική ανόδου
(Β) Η Λ έχει προοπτική ανόδου και η Κ προοπτική καθόδου
(Γ) Η Λ έχει προοπτική καθόδου και η Κ προοπτική ανόδου
(Δ) Και οι δύο έχουν προοπτική καθόδου
(Ε) Δεν υπάρχουν όλα τα στοιχεία για να γίνει η εκτίμηση

18. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις αποτελούν παραδοχές της θεωρίας χαρτοφυλακίου του Markowitz;

I. Οι επενδυτές βασίζουν όλες τις αποφάσεις τους στην αναμενόμενη απόδοση και στον αναμενόμενο κίνδυνο

II. Οι επενδυτές έχουν τον ίδιο επενδυτικό ορίζοντα

III. Οι επενδυτές εκλαμβάνουν τον κίνδυνο με τη διασπορά της κατανομής των αποδόσεων

IV. Οι επενδυτές εκλαμβάνουν την αναμενόμενη απόδοση με το μέσο της κατανομής των αποδόσεων

V. Οι επενδυτές εκλαμβάνουν τον κίνδυνο με τη συνδιακύμανση της κατανομής των αποδόσεων σε σχέση με την κατανομή των αποδόσεων της αγοράς

(Α) Μόνο τα ΙΙ και V (Β) Μόνο τα Ι , ΙΙ και V (Γ) Μόνο τα Ι , ΙΙ και IV
(Δ) Μόνο τα Ι , ΙΙΙ και IV (Ε) Μόνο τα Ι , ΙΙ , ΙΙΙ και IV

19. Οι μετοχές Κ, Λ και Μ ενέχουν τον ίδιο κίνδυνο και την ίδια απόδοση. Με τη βοήθεια του ακόλουθου πίνακα συσχετίσεων (correlation matrix) να βρεθούν οι δύο μετοχές που σε συνδυασμό μπορούν να σχηματίσουν το χαρτοφυλάκιο με τον ελάχιστο κίνδυνο

Μετοχή	Κ	Λ	Μ
Κ	+ 1	- 0.2	+ 0.6
Λ	- 0.2	+ 1	- 0.1
Μ	+ 0.6	- 0.1	+ 1

(Α) Κ και Λ (Β) Κ και Μ (Γ) Λ και Μ (Δ) Κ μόνο (Ε) Μ μόνο

20. Το β είναι ένα μέτρο:

(Α) Του συνολικού κινδύνου

(Β) Του συστηματικού κινδύνου

(Γ) Του κινδύνου που προσιδιάζει σε συγκεκριμένα χαρακτηριστικά του αξιογράφου

(Δ) Του διαφοροποιήσημου (diversifiable) κινδύνου

(Ε) Κανένα από τα ανωτέρω

21. Ποιά από τις μετοχές Κ, με αναμενόμενη απόδοση R_K = 10% και β_K = 1,4 και Λ , με αναμενόμενη απόδοση R_Λ = 15% και β_Λ = 2 είναι υπερτιμημένη (δηλ. η τιμή της έχει προοπτική καθόδου).
Η ακίνδυνη απόδοση είναι 7% και το πριμ λόγω κινδύνου (risk premium) της αγοράς είναι 4%.

(Α) Καμία (Β) Μόνο η Κ (Γ) Μόνο η Λ (Δ) Και οι δύο
(Ε) Δεν υπάρχουν όλα τα στοιχεία για να γίνει ο υπολογισμός

22. Ένα συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης (forward) παρέχει την αγορά, μετά από 18 μήνες, ενός ομολόγου με κουπόνια σε 3, 9 και 15 μήνες ύψους 5 το κάθε ένα. Η τρέχουσα τιμή του ομολόγου είναι 105. Εάν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού 3μηνης, 9μηνης, 15μηνης και 18μηνης διάρκειας είναι 5%, 6%, 7% και 8% αντίστοιχα, να υπολογιστεί η τιμή του συμβολαίου (forward price).

(Α) 97,7 (Β) 102,3 (Γ) 105,0 (Δ) 110,7 (Ε) 118,4

23. Οι αποδόσεις κατά τους τελευταίους 6 μήνες μιας μετοχής i και της αγοράς M είναι οι εξής:

Μήνας	R_M	R_i
1	2	1
2	-4	-1
3	4	2
4	-2	-2
5	2	2
6	4	4

Να βρεθεί ο συντελεστής β_i και ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{iM}.

	β_i	ρ_{iM}
(A)	4/3	2/3
(B)	4/3	7/9
(Γ)	16/27	8/9
(Δ)	16/27	5/6
(E)	16/27	1

24. Η σ.π.π. της έντασης ανατοκισμού είναι $f_\Delta(\delta) = 24.000\delta^2,\ 0 \le \delta \le 0{,}05$. Να βρεθεί η $E\left((1+I)^{20}\right)$ και το ισοδύναμο σταθερό δ_1 που παράγει στην 20ετία συσσώρευση ίση με $E\left((1+I)^{20}\right)$.

	$E\left((1+I)^{20}\right)$	δ_1
(A)	2(e-2)	1,828%
(B)	2(e-2)	2,871%
(Γ)	2(e-2)	3,839%
(Δ)	3(e-2)	3,839%
(E)	3(e-2)	4,457%

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ (ΕΜΠΟΡΙΟΥ)
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

24 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΑΠΟΓΕΥΜΑΤΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (12 π.μ. – 2 π.μ.)

1.(4 βαθμοί) Έστω συνεχής χρηματοροή με παρούσα αξία φ(δ) και έστω $V_t(\delta) = \overline{t^2(\delta)} - \left(\bar{t}(\delta)\right)^2$, η διασπορά των χρόνων της χρηματοροής (όπου $\bar{t}(\delta)$ η μέση διάρκεια κατά Macaulay και $\overline{t^2(\delta)}$ η κυρτότητα (μέσο τετράγωνο των χρόνων)).

(α) Να δειχθεί ότι $V_t(\delta) = -\frac{d}{d\delta}\bar{t}(\delta)$

(β) Να δειχθεί ότι η αντίστοιχη σχέση για διακριτή χρηματοροή είναι $V_t(v) = -v\frac{d}{dv}\bar{t}(v)$

2. (4 βαθμοί) Δύο υποχρεώσεις ύψους 1 στο t = 1 και ύψους 1 στο t = 2 θα ανοσοποιηθούν με ποσό A στο t = 0 και ποσό B στο t = 3.

(α) Να βρεθούν τα A, B, $\bar{t}$, $\overline{t_{1,1}^2}$, $\overline{t_{A,B}^2}$, $V_{t_{1,1}}$ και $V_{t_{A,B}}$.

(β) Με τί ισούνται οι διαφορές $\overline{t_{A,B}^2} - \overline{t_{1,1}^2}$ και $V_{t_{A,B}} - V_{t_{1,1}}$;

3. (6 βαθμοί) Ο Χ εισπράττει τις δόσεις 20ετούς δανείου ύψους $a_{\overline{20}|}$ με επιτόκιο 5% και έχει τη δυνατότητα είτε i) να τοποθετεί αμέσως τους τόκους των δόσεων σε λογαριασμό που αποδίδει 4% και τα κεφάλαια των δόσεων σε λογαριασμό που αποδίδει 6%, είτε ii) να τοποθετεί αμέσως τα κεφάλαια των δόσεων σε λογαριασμό που αποδίδει 4% και τους τόκους των δόσεων σε λογαριασμό που αποδίδει 6%, είτε iii) να τοποθετεί αμέσως ολόκληρες τις δόσεις σε λογαριασμό που αποδίδει 5%.

(α) Ποιά η διαφορά ανάμεσα στις συσσωρεύσεις που θα προκύψουν στο τέλος της 20ετίας από τα i) και ii) ;

(β) Ποιό από τα i), ii), iii) θα δώσει τη μικρότερη συσσώρευση ;

4. (6 βαθμοί) Ο Χ έχει να επιλέξει ανάμεσα σε τρία επενδυτικά ενδεχόμενα. (i) Με εκταμίευση 400 μονάδων στο t = 0 και 500 μονάδων στο t = 1 εξασφαλίζεται πρόσοδος 120 μονάδων στα t = 2, 3, …, 16. (ii) Με εκταμίευση 500 μονάδων στο t = 0 και 300 μονάδων στο t = 1 εξασφαλίζεται πρόσοδος 90 μονάδων στα t = 2, 3, …, 21. (iii) Με εκταμίευση 500 στο t = 0 και 500 μονάδων στο t = 1 εξασφαλίζεται πρόσοδος 60 μονάδων στα t = 2, 3, … . Το «προτιμώμενο επιτόκιο» του Χ είναι 6%.

(α) Να δειχθεί ότι με 6% είναι $PV_{(i)}$ = 227,80 , $PV_{(ii)}$ = 190,84 , $PV_{(iii)}$ = - 28,30

(β) Να δειχθεί ότι οι αντίστοιχες εσωτερικές αποδόσεις είναι 9,5% για τη χρηματοροή (i), 8,6% για τη χρηματοροή (ii) και 5,8% για τη χρηματοροή (iii).

5. (8 μονάδες) (α) Στο τέλος μιας περιόδου, μια μετοχή με σημερινή τιμή 1 θα τιμάται ή $\frac{5}{4}$ ή $\frac{4}{5}$. Κατά την ίδια περίοδο, η ακίνδυνη απόδοση είναι $\frac{1}{40}$. Να βρεθεί η σημερινή αξία ενός δικαιώματος προαίρεσης αγοράς της μετοχής (call option) στο τέλος της περιόδου στην τιμή $K = \frac{7}{10}$. Να βρεθεί επίσης η σημερινή αξία του ίδιου δικαιώματος όταν ο χρόνος άσκησης του δικαιώματος είναι στο τέλος δύο περιόδων, θεωρόντας ότι η μετοχή κατά τη 2η περίοδο θα έχει την ίδια ποσοστιαία αύξηση ή μείωση με αυτή της 1η περιόδου.

(β) Να δείξετε ότι η αξία του ίδιου δικαιώματος, αν πρόκειται να ασκηθεί στο τέλος 10 περιόδων, είναι

$$\sum_{k=m}^{10} \binom{10}{k} \left(\frac{25}{41}\right)^{k} \left(\frac{16}{41}\right)^{10-k} - \frac{7}{10} \left(\frac{41}{40}\right)^{-10} \sum_{k=m}^{10} \binom{10}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

. Ποια είναι η τιμή του m;

(γ) Η σημερινή τιμή μιας μετοχής είναι 1 και η τιμή αγοράς της μετοχής που προβλέπεται σε δικαίωμα προαίρεσης αγοράς (call option) με στιγμή άσκησης του δικαιώματος το t = 1 είναι $e^{-0,0492}$. Η χωρίς ρίσκο απόδοση είναι 0,03 και η "πτητικότητα" είναι σ = 0,04. Να βρεθεί το τίμημα που πρέπει να καταβληθεί για να αγορασθεί το δικαίωμα.

Δίδονται N(1) = 0,8413, N(1,645) = 0,9500, N(1,96) = 0,9750 και N(2) = 0,9772.

6. (8 βαθμοί) (i) Να περιγράψετε το πρότυπο Black-Scholes για την τιμολόγηση δικαιωμάτων προαιρετικής αγοράς (option pricing), ορίζοντας με πληρότητα και σαφήνεια κάθε αναγκαίο όρο και κάθε αναγκαίο σύμβολο. (ii) Το πρότυπο Black-Scholes ισχύει υπό προϋποθέσεις. Να απαριθμήσετε αυτές τις προϋποθέσεις. (iii) Να εξηγήσετε με ακρίβεια την αρχή της αδυναμίας αποκόμισης ακίνδυνου κέρδους (no arbitrage principle) και να δώσετε κατάλληλα παραδείγματα. (iv) Να απαριθμήσετε τις υποθέσεις στη βάση του προτύπου τιμολόγησης πάγιων στοιχείων (CAPM). (v) Να απαριθμήσετε τα βασικά συμπεράσματα του CAPM.

7. (8 μονάδες) (α) Ένα χαρτοφυλάκιο (fund) Α επενδύεται με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 3%. Ένα δεύτερο χαρτοφυλάκιο Β επενδύεται με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 2.5%. Στο τέλος των 20 ετών, η αξία και των δυο χαρτοφυλακίων είναι 10,000. Στο τέλος των 31 ετών, η αξία του χαρτοφυλακίου Α είναι διπλάσια της αξίας του χαρτοφυλακίου Β. Να υπολογιστεί η αξία και των δυο χαρτοφυλακίων στο τέλος των 10 ετών.

(β) Δίνονται δυο σειρές πληρωμών (ράντες). Η σειρά πληρωμών Α είναι διηνεκής με πληρωμές ποσού 1 νομισματικής μονάδας στο τέλος κάθε έτους για τα πρώτα δυο έτη, 2 νομισματικές μονάδες στο τέλος κάθε έτους για τα επόμενα δυο έτη, 3 νομισματικές μονάδες στο τέλος κάθε έτους για τα μεθεπόμενα δυο έτη και ούτω κάθε εξής. Η σειρά πληρωμών Β είναι διηνεκής με πληρωμές ποσού Κ νομισματικών μονάδων στο τέλος κάθε έτους για τα πρώτα τρία έτη, 2Κ νομισματικών μονάδων στο τέλος κάθε έτους για τα επόμενα τρία έτη, 3Κ νομισματικών μονάδων στο τέλος κάθε έτους για τα μεθεπόμενα τρία έτη και ούτω κάθε εξής. Οι παρούσες αξίες των δυο ράντων είναι ίσες. Να βρεθεί το Κ.

(γ) Ο δικαιούχος του ποσού ασφάλισης ενός ασφαλιστηρίου συμβολαίου αφήνει το πόσο ασφάλισης ως κατάθεση στην ασφαλιστική εταιρία με τον τόκο να πιστώνεται στο τέλος κάθε έτους. Ο δικαιούχος πραγματοποιεί αναλήψεις από τον λογαριασμό στο τέλος κάθε έτους τ, όπου τ= 1, 2, ..., 10. Με ελάχιστο ετήσιο επιτόκιο 3% εγγυημένο στο συμβόλαιο, το ποσό της ετήσιας ανάληψης μπορεί να είναι 1000 νομισματικές μονάδες. Όμως, η ασφαλιστική εταιρία πιστώνει τόκο στον λογαριασμό με ετήσιο επιτόκιο 4% για τα πρώτα 4 έτη και 5% για τα επόμενα 6 έτη. Το πραγματικό ποσό ανάληψης στο τέλος του τ έτους είναι $W_\tau = \dfrac{F\tau}{\ddot{a}_{\overline{11-\tau}|3\%}}$ όπου Fτ είναι το ποσό του λογαριασμού, συμπεριλαμβανομένων των τόκων, πριν την ανάληψη. Να υπολογιστεί το W_{10}.

8. (6 βαθμοί) (α) Ο δικαιούχος του ποσού θανάτου των 100.000 νομισματικών μονάδων από ένα ασφαλιστήριο συμβόλαιο επιλέγει να το πάρει με μηνιαίες πληρωμές μιας ληξιπρόθεσμης ράντας για 25 έτη. Η μηνιαία πληρωμή υπολογίστηκε με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 3%. Με την συμπλήρωση των πληρωμών των 10 πρώτων ετών, η ασφαλιστική εταιρία αποφασίζει να αυξήσει την μηνιαία πληρωμή για το επόμενα 15 έτη αλλάζοντας το ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο σε 5%. Να υπολογιστεί η αύξηση της μηνιαίας πληρωμής.

(β) Δίνονται

- $\delta_\tau = \dfrac{2\tau^3 + 8\tau}{\tau^4 + 8\tau^2 + 16}$, όπου $0 \le \tau \le 1$
- i = ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο ισοδύναμο του δ_τ.
- Λογαριασμός (fund) Χ συσσωρεύεται με απλό τόκο επιτοκίου i.
- Λογαριασμός (fund) Υ συσσωρεύεται με δ_τ.
- Ποσό 1 νομισματικής μονάδας κατατίθεται σε κάθε λογαριασμό στο χρόνο τ=0.

Σε ποιο έτος τ η διαφορά (λογαριασμός Χ – λογαριασμός Υ) γίνεται η μεγαλύτερη ?

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ (ΕΜΠΟΡΙΟΥ)
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΡΩΪΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
24 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2009

1.	Γ	13.	Γ
2.	Γ	14.	Ε
3.	Β	15.	Δ
4.	Β	16.	Δ
5.	Α	17.	Α
6.	Δ	18.	Γ
7.	Α	19.	Α
8.	Α	20.	Β
9.	Ε	21.	Β
10.	Β	22.	Β
11.	Ε	23.	Γ
12.	Α	24	Δ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ (ΕΜΠΟΡΙΟΥ)
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΠΡΩΪΝΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2009

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
24 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2009

1.	13.
2.	14.
3.	15.
4.	16.
5.	17.
6.	18.
7.	19.
8.	20.
9.	21.
10.	22.
11.	23.
12.	24