ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ** **ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:	**27-6-2022**	**Πρωί:**		**Απόγευμα:**	**x**
Θεματική ενότητα: Χρηματοοικονομικά πρότυπα (Αε)					

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΕ ΟΛΟΥΣ !!!!!!!!

1. Δύο πληρωμές, από 1€ η κάθε μια γίνονται τις χρονικές στιγμές 1 και $1 + t$, $t > 0$.

(α) (2 βαθμοί) Να βρεθεί η μέση διάρκεια και η κυρτότητα των πληρωμών, όταν η ένταση ανατοκισμού είναι δ..

(β) (2 βαθμοί) να βρεθεί η διασπορά της μέσης διάρκειας των πληρωμών όταν η ένταση ανατοκισμού κυμαίνεται γύρω από μια αναμενόμενη τιμή $\delta > 0$.

(γ) (3 βαθμοί) Να δείξετε ότι η παραπάνω διασπορά παίρνει μέγιστη τιμή την χρονική στιγμή t_0 η οποία ικανοποιεί την εξίσωση

$$e^{\delta \cdot t_0} = \frac{\delta \cdot t_0 + 2}{\delta \cdot t_0 - 2}\text{ , με } \delta \cdot t_0 \neq 2.$$

(δ) (3 βαθμοί) Να δείξετε ότι στο διηνεκές η διασπορά τείνει στο μηδέν και να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.

2. Ένας επενδυτής θα καταρτίσει χαρτοφυλάκιο από τις ανεξάρτητες μεταξύ τους μετοχές M_1 , M_2 , M_3 των οποίων οι αποδόσεις και οι κίνδυνοι (τυπικές αποκλίσεις) είναι (3μ , 2μ , μ) και (σ , 2σ , 3σ) αντίστοιχα , με $\mu > 0$ και $\sigma > 0$.

(α) (1 βαθμός) Να εξηγήσετε γιατί η M_1 κυριαρχεί επι της M_2 και η M_2 κυριαρχεί επι της M_3.

(β) (7 βαθμοί) Αν ο επενδυτής επιθυμεί το χαρτοφυλάκιο των τριών μετοχών να έχει την ίδια ακριβώς απόδοση με τη μετοχή M_2 , να δείξετε ότι ο ελάχιστος δυνατός κίνδυνος (τυπική απόκλιση) που θα υποχρεωθεί να αναλάβει είναι $2\sqrt{\frac{5}{13}} \cdot$ σκαι θα το επιτύχει με το χαρτοφυλάκιο $\left(\frac{4}{13}, \frac{5}{13}, \frac{4}{13}\right)$.

(γ) (1 βαθμός) Γιατί ο επενδυτής θα προτιμήσει το συνδυασμό των τριών μετοχών αντί της μετοχής M_2 ;

(δ) (1 βαθμός) Αν ο επενδυτής έπρεπε αντί να σχηματίσει χαρτοφυλάκιο, να διαλέξει μόνο μία μετοχή, ποια από τις τρείς θα διάλεγε και γιατί;

3. Η μετοχή S, σημερινής αξίας 120, εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brownμε εξίσωση $dS_t = 0{,}03\, S_t dt + 0{,}42\, S_t dW_t$, με W_tανέλιξη Wiener. Η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 1,5%. Στη σημερινή εικόνα της αγοράς παράγωγων προϊόντων εμφανίζονται τα εξής τρία Ευρωπαϊκά δικαιώματα αγοράς (call options) επι της μετοχής S:

	Τιμή άσκησης	**Λήξη (ημέρες)**
call option A	105	90
call option B	125	80
call option Γ	110	65

(α) (1 βαθμός) Ποιες είναι οι τιμές των τριών δικαιωμάτων που δεν επιφέρουν βέβαιο κέρδος;

(β) (8 βαθμοί) Ένας επενδυτής, ο οποίος μόλις πούλησε 5.000 δικαιώματα A, διαβάζοντας τον οικονομικό τύπο, διαισθάνεται ότι η επένδυσή του διέπεται από τους εξής κινδύνους για το επόμενο χρονικό διάστημα:

- Κίνδυνος μεταβολής της αξίας της μετοχής
- Κίνδυνος μεταβολής της πτητικότητας της μετοχής
- Κίνδυνος μεταβολής της έντασης ανατοκισμού.

Ο επενδυτής επιθυμεί να θωρακιστεί άμεσα (στο $t = 0$) έναντι της πιθανής έλευσης των παραπάνω κινδύνων (hedging).
Να καταστρώσετε το σχετικό σύστημα εξισώσεων για τη θωράκιση τη χρονική στιγμή μηδέν και να επαληθεύσετε (χωρίς να λύσετε το σύστημα) ότι η θωράκιση θα επιτευχθεί με ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο εκτός από τα ήδη πωληθέντα δικαιώματα A, από:

- Ανοιχτή πώληση 1.707,45 μετοχών S
- Δάνειο ύψους 183.350,41 (με το ακίνδυνο επιτόκιο)
- Πώληση 3.646,55 δικαιωμάτων αγοράς B
- Αγορά 10.058,04 δικαιωμάτων αγοράς Γ.

Πώς ονομάζεται αυτή η μέθοδος θωράκισης;

(γ) (1 βαθμός) Να αναφέρετε τα πλεονεκτήματα αλλά και τα μειονεκτήματα μιας στρατηγικής θωράκισης.

Δίδονται : $N(-0.092574) = 0.463121$, $N(-0.289203) = 0{,}386213$, $N(0{,}417378) = 0.661799$, $N(0{,}55372) = 0{,}710115$, $N(0{,}594617) = 0{,}72395$, $N(0{,}762277) = 0{,}777053$.

Δίδονται επίσης : Το vega και το rho ενός call είναι $S_0\sqrt{T}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}d_1^2}$και $KTe^{-rT}N(d_2)$αντίστοιχα.

4. **(α) (4 βαθμοί)** Η μετοχή Σεκτελεί γεωμετρική κίνηση Brownμε $\mu = 7\%$ και $\sigma = 30\%$, ενώ το επιτόκιο είναι πάντα μηδέν. Ένας επενδυτής πληροφορείται ότι αν αγοράσει ένα τετραετές δικαίωμα αγοράς (calloption) επι της μετοχής Σμε τιμή άσκησης 12, η πιθανότητα να χάσει όλο το ποσό που επένδυσε είναι 72,70%. Ποια είναι η nonarbitragetιμή του δικαιώματος δεδομένου ότι ισχύουν οι σχέσεις:

$$\int_{-\infty}^{-0,603867} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 0,273 \text{ και } \int_{-\infty}^{0,003867} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 0,502$$

(β) (4 βαθμοί) Σε ένα διωνυμικό δένδρο, η τιμή της μετοχής που σήμερα είναι 34, θα ανεβαίνει κατά 20% ή θα κατεβαίνει κατά 20%. Θεωρώντας ένα ευρωπαϊκό διετές putoption (δικαίωμα πώλησης) επι της παραπάνω μετοχής με τιμή άσκησης 37, ποια πρέπει να είναι η τιμή άσκησης ενός αντίστοιχου ευρωπαϊκό διετούς calloption (δικαιώματος αγοράς), ώστε τα δύο δικαιώματα να έχουν την ίδια τιμή; Το επιτόκιο είναι 2%.

(γ) (2 βαθμοί) Ποια είναι η συνδιακύμανση των στοχαστικών ανελίξεων

$A_t = \int_0^{\infty} t^2 dW_t$ και $B_t = \int_0^{\infty} e^{-4t} dW_t$, όπου W_tανέλιξη Wiener.

5. Ένας επενδυτής αγοράζει μια μετοχή Σέναντι ποσού S_0.Η μετοχή εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brownμε συντελεστές μ και σ, ενώ η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι r.

(α) (3 βαθμοί) Να δείξετε ότι τη χρονική στιγμή

$$t = \left(\frac{\sigma \cdot N^{-1}(1-\alpha)}{r - \mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \right)^2$$

, το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο θα είναι μηδέν σε επίπεδο σημαντικότητας α.

(β) (1 βαθμός) Αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι μηδέν, σε ποια χρονική στιγμή το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο θα μηδενιστεί σε επίπεδο σημαντικότητας α;

(γ) (5 βαθμοί) Αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού εξακολουθεί να είναι μηδέν, να δείξετε ότι το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο σε επίπεδο σημαντικότητας α παίρνει μέγιστη τιμή τη χρονική στιγμή

$$t = \left(\frac{\sigma \cdot N^{-1}(1-\alpha)}{\sigma^2 - 2\mu} \right)^2$$

(δ) (1 βαθμός) Με μηδενική ένταση ανατοκισμού να δείξετε ότι η χρονική διάρκεια από τη στιγμή που το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο σε επίπεδο σημαντικότητας α πάρει μέγιστη τιμή, μέχρι τη χρονική στιγμή που αυτό θα μηδενιστεί είναι

$$3\left(\frac{\sigma \cdot N^{-1}(1-\alpha)}{\sigma^2 - 2\mu} \right)^2$$