ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 1/7/2022	**Πρωί:**	✓	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων (Αβ)				

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!!!!

1. Δεδομένης της παραμέτρου λ, η τ.μ. Nακολουθεί την κατανομή $Poisson$ με μέση τιμή λ. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τ.μ. λ είναι η:

$$\pi(\lambda) = \frac{1}{120(2{,}5^6)}\lambda^5 e^{-0.4\lambda}, \quad \lambda > 0.$$

Να υπολογιστεί η μέση τιμή της αδέσμευτης μεταβλητής N.

(Α) 12 (Β) 13 (Γ) 14 (Δ) 15 (Ε) 16

2. Η τυχαία μεταβλητή X ακολουθεί μία διπαραμετρική $Pareto$ κατανομή, με παραμέτρους $\alpha = 4$ και $\theta = 10$. Δίνεται ένα δείγμα 100 παρατηρήσεων της X. Ο πίνακας πληροφορίας κατά $Fisher$ των α και θ (με αυτή τη σειρά) είναι:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}.$$

Να βρεθεί το στοιχείο α_{12}.

(Α) 0 (Β) -8 (Γ) 8 (Δ) -2 (Ε) 2

3. Ένας πληθυσμός έχει δύο κλάσεις οδηγών, την I και την II. Υπάρχουν 3 φορές περισσότεροι οδηγοί στην κλάση I σε σχέση με την κλάση II.

Στην κλάση I, το πλήθος των αποζημιώσεων για κάθε οδηγό ακολουθεί $Poisson$ κατανομή με μέση τιμή λ.

Στην κλάση II, το πλήθος των αποζημιώσεων για κάθε οδηγό ακολουθεί $Poisson$ κατανομή με μέση τιμή 2λ.

Η παράμετρος λ κατανέμεται ομοιόμορφα στο διάστημα $[0.1, 0.3]$.

Να υπολογιστεί η διασπορά του πλήθους των αποζημιώσεων για ένα οδηγό που επιλέγεται τυχαία.

(Α) 0.249 (Β) 0.256 (Γ) 0.263 (Δ) 0.270 (Ε) 0.277

4. Οι ετήσιες συνολικές αποζημιώσεις στον κλάδο ατυχημάτων μοντελοποιούνται χρησιμοποιώντας μια σύνθετη $Poisson$ κατανομή, όπου ο αριθμός των αποζημιώσεων έχει μέση τιμή ίση με 0.8 και η σ.π.π. του ύψους της αποζημίωσης είναι η:

$$f(x) = \frac{200}{(200+x)^2}, \qquad x > 0.$$

Στο τέλος κάθε έτους, εφαρμόζεται απαλλαγή ($deductible$)ίση με 200, επί του συνολικού ποσού των ζημιών που θα συμβούν μέσα στο έτος. Προσομοιώνετε τον αριθμό και τα ύψη των αποζημιώσεων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντιστροφής ($inversion$method).

Οι τυχαίοι αριθμοί από την ομοιόμορφη κατανομή, για να προσομοιώσετε τον αριθμό των αποζημιώσεων για τα επόμενα τρία έτη, είναι:

0.35 0.82 0.57

Οι τυχαίοι αριθμοί από την ομοιόμορφη κατανομή, για να προσομοιώσετε τα ύψη των αποζημιώσεων, είναι:

0.52 0.93 0.34 0.80 0.20 0.46

Να υπολογιστεί το μέσο ετήσιούψος των συνολικών πληρωμών.

(Α) 891 (Β) 991 (Γ) 1137 (Δ) 1237 (Ε) 1337

5. Έστω κίνδυνος με $q = 0.01$και $\begin{cases} p(x) = \frac{19}{10}10^{-14}x, & 0 \le x < 10^7 \\ p(x) = \frac{1}{20}, & x = 10^7 \end{cases}$.

Το θ που απαιτείται για να εξασφαλισθεί $Pr\big(S \le (1+\theta)E(S)\big) = a$ είναι ίσο με $\theta = hz_a$, όπου z_aυπολογίζεται από την τυποποιημένη κανονική κατανομή ώστε να ισχύει $Pr(z \le z_a) = a$.

Να βρεθεί η τιμή τουh.

(Α) Λιγότερο από 10

(Β) Τουλάχιστον 10 αλλά λιγότερο από 11

(Γ) Τουλάχιστον 11 αλλά λιγότερο από 12

(Δ) Τουλάχιστον 12 αλλά λιγότερο από 13

(Ε) Τουλάχιστον 13

6. Το ετήσιο αποτέλεσμα Gαπό μία σύνθετη $Poisson$διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων έχει συνάρτηση πιθανότητας:

$Pr(G = \kappa) = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{-\kappa}$, για $\kappa = -1, -2, -3, \ldots,$

και $Pr(G = \kappa) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{\kappa+1}$, για $\kappa = 0,1,2, \ldots.$

Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής R.

(Α) $\ln\frac{6}{5}$ (Β) $\ln\frac{18}{13}$ (Γ) $\ln\frac{3}{2}$ (Δ) $\ln\frac{9}{5}$ (Ε) $\ln 2$

7. Για ποια εκθετική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, η πιθανότητα χρεοκοπίας είναι $\psi(u) = \alpha e^{-\beta u}$;

(Α) $\frac{\beta}{1-\alpha} e^{-\frac{\beta}{1-\alpha}x}$ (Β) $\frac{1-\alpha}{\beta} e^{-\frac{1-\alpha}{\beta}x}$ (Γ) $(1-\alpha)\beta e^{-(1-\alpha)\beta x}$

(Δ) $(1-\alpha)e^{-(1-\alpha)x}$ (Ε) $\beta e^{-\beta x}$

8. Το ύψος των αποζημιώσεων X κατανέμεται ως εξής:

$$Pr(X=1) = Pr(X=2) = Pr(X=3) = \frac{1}{3}$$

Πως ορίζεται η συνάρτηση κατανομής $F_{L_1}(x)$ της τυχαίας μεταβλητής L_1 για $0 \le x \le 3$;

	Στο $0 \le x < 1$	Στο $1 \le x < 2$	Στο $2 \le x \le 3$
(Α)	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}x$
(Β)	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}x + \frac{1}{3}$
(Γ)	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}x + \frac{1}{2}$
(Δ)	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}x + \frac{1}{2}$
(Ε)	$\frac{1}{2}x$	$\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}x + \frac{1}{3}$

9. Έστω σύνθετη γεωμετρική διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S,με $p(n) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^n,\ n = 0,1,2,\dots$, και $f(x) = xe^{-x},\ \ x > 0$. Να βρεθεί η συνάρτηση πιθανότητας των συνολικών αποζημιώσεων για $x > 0$.

(Α) $\frac{3}{4}xe^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x^2/4)^n}{(2n+1)!}$

(Β) $\frac{3}{16}xe^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x^2/4)^n}{(2n+1)!}$

(Γ) $\frac{3}{16}xe^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x/4)^n}{(2n+1)!}$

(Δ) $\frac{3}{16}e^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x/4)^n}{(2n+1)!}$

(Ε) $\frac{3}{4}xe^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x/4)^n}{(2n+1)!}$

10. Η κατανομή του ύψους της ζημιάς είναι εκθετική με μέση τιμή ίση με 1000 ν.μ. Μία ασφαλιστική επιχείρηση θα πληρώσει το υπερβάλλον των 100 ν.μ. της κάθε απαίτησης. Να υπολογιστεί η διασπορά του ποσού που τελικά θα πληρωθεί από την ασφαλιστική επιχείρηση για μια ζημιά, λαμβάνοντας υπόψη και την πιθανότητα το ποσό που θα πληρωθεί να είναι ίσο με 0.

(Α) 810,000

(Β) 860,000

(Γ) 900,000

(Δ) 990,000

(Ε) 1,000,000

11. Η κατανομή της σφοδρότητας για ζημιές αστικής ευθύνης αυτοκινήτου, δίνεται από την αθροιστική συνάρτηση κατανομής:

$F(x) = 1 - 0.8e^{-0.02x} - 0.2e^{-0.001x}, \quad x \geq 0.$

Οι πληρωμές υπόκεινται σε όριο συμβολαίου ύψους 1,000ανά ζημιά.

Να υπολογιστεί η αναμενόμενη πληρωμή για μία ζημιά.

(Α) 57

(Β) 108

(Γ)166

(Δ) 205

(Ε) 240

12. Οι αποζημιώσεις βρίσκονται μεταξύ των παρακάτω διαστημάτων:

Διάστημα	Αριθμός ζημιών
$0 - 1000$	80
$1000 - 3000$	15
$3000 - \infty$	5

Εφαρμόζετε μέγιστη πιθανοφάνεια στα δεδομένα με την υπόθεση της εκθετικής κατανομής.

Να υπολογιστεί η μέση πληρωμή ανά ζημιά όταν εφαρμόζεται απαλλαγή ύψους 500.

(Α) 375 (Β) 465 (Γ) 567 (Δ) 739 (Ε) 965

13. Δίνονται 1,000 κίνδυνοι με $q = 0.01$ και $f(x) = \frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}x}$ και 1,000 κίνδυνοι με $q = 0.02$ και $f(x) = \frac{1}{6}e^{-\frac{1}{6}x}$. Ποια η πιθανότητα μια αποζημίωση μεγαλύτερη του 6 να προέρχεται από κίνδυνο με $q = 0.01$ και $f(x) = \frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}x}$;

(Α) Λιγότερο από 0.10

(Β) Τουλάχιστον 0.10 αλλά λιγότερο από 0.20

(Γ) Τουλάχιστον 0.20 αλλά λιγότερο από 0.30

(Δ) Τουλάχιστον 0.30 αλλά λιγότερο από 0.40

(Ε) Τουλάχιστον 0.40

14. Δίνεται ένα δείγμα με δύο παρατηρήσεις, 5 και 9. Εκτιμάτε τη $Var(x)$ χρησιμοποιώντας τον εκτιμητή $g(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(x_i - \bar{x})^2$.

Υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα του εκτιμητή g εφαρμόζοντας την προσέγγιση $bootstrap$.

(Α) 1 (Β) 2 (Γ) 4 (Δ) 8 (Ε)

15. Για χαρτοφυλάκιο ανεξάρτητων κινδύνων, το πλήθος των αποζημιώσεων ανά περίοδο για τυχαίο κίνδυνο ακολουθεί κατανομή Poisson με μέσο Θ, όπου Θ έχει σ.π.π. $f(\theta) = (\kappa + 1) * \theta^{\kappa}, 0 < \theta < 1$. Σε μία περίοδο παρατήρησης επιλέγονται τυχαία δύο κίνδυνοι και παρατηρείται ότι για τον Κίνδυνο Α δεν υπάρχουν αποζημιώσεις και για τον Κίνδυνο Β υπάρχουν 2 αποζημιώσεις. Έστω Π_A το ασφάλιστρο της επόμενης περιόδου κατά Buhlmann για τον Κίνδυνο Α και Π_B το ασφάλιστρο της επόμενης περιόδου κατά Buhlmann για τον Κίνδυνο Β. Να βρεθεί το $\lim_{\kappa \to 0} \frac{\Pi_B}{\Pi_A}$

Α) $\frac{2}{7}$ Β) $\frac{3}{5}$ Γ) ∞ Δ) $\frac{5}{3}$ Ε) 1

16. Χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από 200 ανεξάρτητους ασφαλισμένους επιμερίζεται σε 2 όμάδες οπος παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα

Ομάδα	Πλήθος ασφαλισμένων	Αναμενόμενο πλήθος ασποζημιώσεων ανά ασφαλισμένο	Διασπορά πλήθους ασποζημιώσεων ανά ασφαλισμένο	Αναμενομενη μέση ζημιά ανά συμβάν	Διασπορά μέσης ζημιάς ανά συμβάν
1	50	0,25	0,75	4	20
2	150	0,50	0,75	8	36

Δίνεται ότι το πλήθος αποζημιώσεων και η μέση ζημιά ανά ασφαλισμένο είναι ανεξάρτητες μεταβλητές. Ένας ασφαλισμένος επιλέγεται τυχαία από το χαρτοφυλάκιο και παρατηρείται αποζημίωση ύψους Χ μέσα σε 1 περίοδο. Ποιο το ασφάλιστρο κατά Buhlmann της επόμενης περιόδου για τον ίδιο ασφαλισμένο;

Α) 3.25 Β) $0.03X + 3.15$ Γ) $0.05X + 3.09$ Δ) $0.08X + 3.25$ Ε) $0.11X + 2.91$

17. Χαρτοφυλάκιο ασφαλισμένων αποτελείται από δύο ομάδες Α και Β. Η κατανομή της συχνότητας για τις 2 ομάδες παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα

	Κατανομή συχνότητας / πλήθους αποζημιώσεων			
Ομάδα	0	1	2	3
A	70%	10%	10%	10%
B	50%	20%	10%	20%

Η ομάδα Α έχει τριπλάσιο πλήθος ασφαλισμένων από την ομάδα Β. Ένας ασφαλισμένος επιλέγεται τυχαία από το χαρτοφυλάκιο και παρατηρείται μία αποζημίωση στη περίοδο παρατήρησης. Ποια η εκτίμηση κατά Bayes της συχνότητας της επόμενης περιόδου για τον ίδιο ασφαλισμένο;

Α) μικρότερη από 72%
Β) τουλάχιστον 72% αλλά μικρότερη από 78%
Γ) τουλάχιστον 78% αλλά μικρότερη από 84%
Δ)τουλάχιστον 84% αλλά μικρότερη από 90%
Ε) τουλάχιστον 90%

18. Ασφαλιστική εταιρία Α αποφασίζει να καθιερώσει μοντέλο πλήρους αξιοπιστίας στην τιμολόγηση θεωρώντας ότι οι παρατηρούμενες συνολικές αποζημιώσεις βρίσκονται σε περιθώριο ασφαλείας 5% με πιθανότητα 95%. Η συχνότητα των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή Poisson και η μέση αποζημίωση ακολουθεί έχει σ.π.π. $f(x) = \frac{1}{100.000}$, $0 < x < 100000$.Ποιο το πλήθος των αποζημιώσεων που απαιτούνται για πλήρη αξιοπιστία ;

Σημείωση:F(1,645)=95%,
F(1,96)=97,5%

Α) μικρότερο από 1500
Β) τουλάχιστον 1500 αλλά μικρότερη από1800
Γ) τουλάχιστον 1800 αλλά μικρότερη από2100
Δ)τουλάχιστον 2100 αλλά μικρότερη από 2400
Ε) κανένα απο τα παραπάνω

19. Δίνονται τα παρακάτω:

1) Το πλήθος των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή Poisson
2) Το ύψος των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή Gamma με παράμετρο a και θ=10000
3) Το πλήθος και το ύψος των αποζημιώσεων είναι ανεξάρτητα
4) Για να εξασφαλιστεί πλήρης αξιοπιστία θεωρούμε με πιθανότητα 95% ότι οι αποζημιώσεις που θα συμβούν δεν αποκλίνουν από τις αναμενόμενες περισσότερο από 10%.

Χρησιμοποιώντας τη προσέγγιση περιορισμένης διακύμανσης υπολογίστε το πλήθος των αναμενόμενων αποζημιώσεων που απαιτούνται για πλήρη αξιοπιστία

Σημείωση:F(1,645)=95%, F(1,96)=97,5%

Α) μικρότερο από 400
Β) τουλάχιστον 400 αλλά μικρότερο από450
Γ) τουλάχιστον 450 αλλά μικρότερο από500
Δ)τουλάχιστον 500
Ε) κανένα απο τα παραπάνω

20. Το πλήθοςκαι το ύψος των αποζημιώσεων χαρτοφυλακίου κινδύνων Τύπου Α και τύπου Β περιγράφεται από τον παρακάτω πίνακα

Τύπου Α			
Πλήθοςαποζημιώσεων	Πιθανότητα	Ύψος αποζημιώσεων	Πιθανότητα
0	4/9	500	1/3
1	4/9	1235	2/3
2	1/9		
Τύπου Β			
Πλήθοςαποζημιώσεων	Πιθανότητα	Ύψος αποζημιώσεων	Πιθανότητα
0	1/9	250	2/3
1	4/9	328	1/3
2	4/9		

Δίνονται τα παρακάτω:

1) Η πιθανότητα ο κίνδυνος να είναι Τύπου Α ή Τύπου Β είναι ίδια
2) Το πλήθος και το ύψος των αποζημιώσεων είναι ανεξάρτητα
3) Η διασπορά των συνολικών αποζημιώσεων είναι 296.962
4) Ένας κίνδυνος επιλέγεται τυχαία από το χαρτοφυλάκιο και παρατηρείται αποζημίωσηςστη περίοδο παρατήρησηςσυνολικού ύψους 500

Ποια η εκτίμηση κατά Bayes για το ασφάλιστρο της επόμενης περιόδου για τον ίδιο κίνδυνο;

Α) 493 Β) 500 Γ) 510 Δ) 513 Ε) 514

21. Οι συνολικές αποζημιώσεις για ομάδα ασφαλιστικών κινδύνων ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέσο 100. Η ασφαλιστική εταιρία επιθυμεί να αντασφαλίσει το χαρτοφυλάκιο κάτω από σύμβαση υπερβάλλουσας ζημίας με ιδία κράτηση Μ τέτοια ώστε 8 από τα 10 συμβάντα να μην αφορούν τον αντασφαλιστή. Για συγκεκριμένη αποζημίωση έστω X_1 το ποσό που πληρώνει ο ασφαλιστής και X_2 το ποσό που πληρώνει ο αντασφαλιστής. Να υπολογίσετε τα $M, E(X_1), E(X_2)$

Α) $M = 160.94 \quad E(X_1) = 80 \quad E(X_2) = 20$
Β) $M = 152.35 \quad E(X_1) = 20 \quad E(X_2) = 80$
Γ) $M = 160.94 \quad E(X_1) = 85 \quad E(X_2) = 15$
Δ) $M = 152.94 \quad E(X_1) = 77 \quad E(X_2) = 23$
Ε) $M = 160.94 \quad E(X_1) = 90 \quad E(X_2) = 10$

22. Εταιρία γενικών ασφαλίσεων εγγράφει κινδύνους και οι συνολικές αποζημιώσεις ακολουθούν κατανομή lognormalμε μέσο 300 και τυπική απόκλιση 400. Το 2022 η εταιρία αγοράζει αντασφαλιστική κάλυψη υπερβάλλουσας ζημιάς με ιδία κράτηση 500 ανά συμβάν. Υπολογίστε τη μέση εκτιμώμενη αποζημίωση που θα αποζημιώσει η ασφαλιστική εταιρία.

Δίνεται $\varphi(0) = 0{,}5 \quad \varphi(\,1{,}010768) = 0{,}8439 \quad \varphi(1{,}021651) = 0{,}8465$

Α) 185 Β) 190 Γ) 214 Δ) 218 Ε)228

23. Το ύψος αποζημίωσης για συγκεκριμένους ασφαλιστικούς κινδύνους ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέσο 100. Η ασφαλιστική εταιρία αγοράζει ασφαλιστική κάλυψη ειδικού τύπου έτσι ώστε για αποζημίωση Χ η αντασφαλιστική εταιρία να αποζημιώσει με βάση τον παρακάτω πίνακα

0	Αν 0<Χ<80
0,5Χ-40	Αν 80≤Χ<160
Χ-120	Αν Χ≥160

Εκτιμήστε την αναμενόμενη αποζημίωση που θα πληρώσει ο αντασφαλιστής για τυχαία επιλεγμένο συμβάν.

Α) 22.63 Β) 28.98 Γ) 32.56 Δ) 43.28 Ε) 50

24. Ποια από τις παρακάτω είναι σωστά σχετικά με τις αντασφαλιστικές καλύψεις;

1) Η αντασφάλιση είναι εργαλείο διαχείρισης κινδύνων που εξισορροπεί τοεπενδυτικό αποτελέσματα

2) Η κάλυψη excess of loss προσθέτει ομοιογένεια σε χαρτοφυλάκιο περιουσίας που αποτελείται κατασκευαστικούςκινδύνους

3) Η κάλυψη Stop loss δεν χρησιμοποιείται συχνά από τις εταιρίες για έναρξη νέων εργασιών και νέες δραστηριότητες

4)Η κάλυψη Stop προστατεύει από την άυξηση συχνοτητας

5) Μέσα σε μία αντασφαλιστική σύμβαση δεν περιγράφεται πάντα το ανώτατο όριο του αντασφαλιστή.

Α) η 1 και η 5
Β) η 2 η 3 και η 4
Γ) η 3 και η 4
Δ) η 3 η 4 και η 5
Ε) όλες