ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ** **ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:		**Πρωί:**	**x**	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα:					

1. Το βήτα (beta) της μετοχής Α είναι 1,62 ενώ το βήτα (beta) της μετοχής Β είναι -1,62. Αν το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 0,6% , η απόδοση της αγοράς είναι 4% και ένα χαρτοφυλάκιο αποτελείται κατά το ήμισυ από τη μετοχή Α και κατά το άλλο ήμισυ από τη μετοχή Β, ποια είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου;

(Α) 4,6% **(Β)** 3,6% **(Γ)** 2,6% **(Δ)** 1,6% **(Ε)** 0,6%

2. Αν για τα επιτόκια ισχύει $dr_t = 0{,}22 \cdot (0{,}045 - r_t)dt + 0{,}12dW_t$, όπου W_t ανέλιξη Wiener και $r_0 = 2\%$ ποια είναι η αναμενόμενη μέση διάρκεια δύο πληρωμών από 1€ η κάθε μια που θα γίνουν μετά από 10 και 20 έτη αντίστοιχα;

(Α) 16,65 **(Β)** 17,15 **(Γ)** 17,65 **(Δ)** 18,15 **(Ε)** 18,65

3. Η εξίσωση της αποτελεσματικής μεθορίου χαρτοφυλακίου (efficient frontier) τριών μετοχών είναι : $\sigma_P^2 = 6{,}701\mu_P^2 - 1{,}124\mu_P + 0{,}482$. Το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διασποράς επιτυγχάνεται με τοποθέτηση του 35% του επενδυόμενου κεφαλαίου στην πρώτη μετοχή, η απόδοση της οποίας είναι 10%. Αν η απόδοση της δεύτερης και της τρίτης μετοχής είναι 18% και 1% αντίστοιχα, ποιο είναι το ποσοστό συμμετοχής της δεύτερης μετοχής στο χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διασποράς;

(Α) 20,9% **(Β)** 22,9% **(Γ)** 24,9% **(Δ)** 26,9% **(Ε)** 28,9%

4. Για τις αποδόσεις των μετοχών ισχύει η γραμμική σχέση $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i$, με $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_i^2)$. Επενδυτής επιλέγει χαρτοφυλάκιο δύο μετοχών για τις οποίες $\sigma_2 = 2\sigma_1$. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή του ιδιάζοντος κινδύνου για το χαρτοφυλάκιο αυτό;

(Α) 0% **(Β)** $80\% \cdot \sigma_1^2$ **(Γ)** $85\% \cdot \sigma_1^2$ **(Δ)** $90\% \cdot \sigma_1^2$ **(Ε)** $95\% \cdot \sigma_1^2$

5. Τα τρέχοντα επιτόκια (spot rates) S_t είναι σταθερά για κάθε χρονική διάρκεια με $S_t = \frac{1}{2}$ για κάθε t. Αν δύο πληρωμές, από 1€ η κάθε μια γίνουν στις χρονικές στιγμές 1 και 3, τότε η τυπική απόκλιση της μέσης διάρκειάς τους (S) συνδέεται με τη μέση διάρκεια των πληρωμών (M), μέσω της σχέσης:

(Α) $S = \frac{18}{15} \cdot M$ **(Β)** $S = \frac{16}{17} \cdot M$ **(Γ)** $S = \frac{14}{19} \cdot M$ **(Δ)** $S = \frac{12}{21} \cdot M$ **(Ε)** $S = \frac{10}{23} \cdot M$

6. Για τη μετοχή Μ ισχύει : $dM_t = 5\%M_t dt + 30\%M_t dW_t$ όπου W_t ανέλιξη Wiener και $M_0 = 15$. Επενδυτής τοποθετεί σήμερα 15.000€ στην αγορά μετοχών Μ για ένα εξάμηνο. Αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 3%, τι ποσοστό του αρχικά επενδυόμενου κεφαλαίου διακινδυνεύεται (VaR) σε επίπεδο βεβαιότητας 99,5%; Δίδεται N(-2,57)=0,5%.

(Α) 43% **(Β)** 48% **(Γ)** 53% **(Δ)** 58% **(Ε)** 63%

7. Μετά την αγορά ενός call option (δικαιώματος αγοράς) για μετοχή που έχει σημερινή τιμή 30, γίνεται αντιστάθμιση κινδύνου (hedging) με αγορά 0,635489 μετοχών και πώληση 8,377433 ομολόγων. Σε ποια τιμή αγοράστηκε το δικαίωμα;

(Α) 14,3119 **(Β)** 12,4421 **(Γ)** 10,6872 **(Δ)** 8,2531 **(Ε)** 6,1921

8. Για τις αποδόσεις δύο μετοχών R_1 και R_2 υπάρχουν τέσσερα σενάρια:

Σενάριο	Πιθανότητα πραγματοποίησης του σεναρίου	Απόδοση της μετοχής R_1	Απόδοση της μετοχής R_2
1	10%	-8%	2%
2	25%	-1%	4%
3	20%	6%	-8%
4	45%	8%	-2%

Ο συντελεστής συσχέτισης των αποδόσεων των δύο μετοχών είναι -0,6529.
Ποια σύνθεση χαρτοφυλακίου των δύο μετοχών εμπεριέχει τον ελάχιστο δυνατό κίνδυνο;

	Ποσοστό μετοχής R_1	**Ποσοστό μετοχής R_2**
(Α)	42,50%	57,50%
(Β)	37,70%	62,30%
(Γ)	31,40%	68,60%
(Δ)	28,60%	71,40%
(Ε)	22,30%	77,70%

9. Αν ηW_t είναι ανέλιξη Wiener, με ποια από τις παρακάτω ανελίξεις η W_5 έχει την ίδια κατανομή;

(Α) $\frac{W_{15}}{W_{10}}$ **(Β)** $\frac{W_{14}}{W_9}$ **(Γ)** $\frac{W_{16}-W_{11}}{W_5}$ **(Δ)** $W_{12} - W_7$ **(Ε)** $W_3 - W_9$

10. Αν για τη χρονική στιγμή t το c_t ικανοποιεί τη μερική διαφορική εξίσωση

$$3{,}125\% \cdot S_t^2 \cdot \frac{\partial^2 c_t}{\partial S_t^2} + 2\% \cdot S_t \cdot \frac{\partial c_t}{\partial S_t} + \frac{\partial c_t}{\partial t} = 2\% \cdot c_t \text{ , με } S_0 = 4 \text{ , } K = 6 \text{ , } T = 1 \text{, με τι ισούται το } c_0 \text{ ;}$$

(Α) 3,88 N(1,667) – 6 N(1,417) – 1,88

(Β) 4,88 N(1,667) – 5 N(1,417) – 1,88

(Γ) 5,88 N(1,667) – 4 N(1,417) – 1,88

(Δ) 6,27 N(1,667) – 3 N(1,417) – 1,88

(Ε) 7,27 N(1,667) – 2 N(1,417) – 1,88

11. Έστω (μ_A, σ_A^2) το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διασποράς της αποτελεσματικής μεθορίου (efficient frontier) $\sigma_P^2 = \alpha\mu_P^2 - \beta\mu_P + \gamma$ και (μ_B, σ_B^2) το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διασποράς της αποτελεσματικής μεθορίου $\sigma_P^2 = 2\alpha\mu_P^2 - \beta\mu_P + \gamma$. Με τι ισούται η διαφορά των δύο κινδύνων $\sigma_B^2 - \sigma_A^2$;

(Α) $\beta\mu_B$ **(Β)** $\frac{1}{4}\beta\mu_B$ **(Γ)** $\frac{1}{2}\beta\mu_B$ **(Δ)** $\beta\mu_A$ **(Ε)** $\frac{1}{8}\beta\mu_A$

12. Οι πληρωμές X_1, X_2, X_3 που θα γίνουν στο τέλος των επόμενων τριών περιόδων, διέπονται από τη στοχαστική διαφορική εξίσωση $dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t$, όπου μ η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού. Ποια είναι η διασπορά της μέσης διάρκειας των αναμενόμενων τιμών των πληρωμών;

(Α) $\frac{2}{3}$ (Β) $\frac{2}{5}$ (Γ) $\frac{2}{7}$ (Δ) $\frac{2}{9}$ (Ε) $\frac{2}{11}$

13. Στο πρότυπο Vasicek , $dr_t = \alpha(\rho - r_t)dt + \sigma dW_t$, αν δ είναι το ισοδύναμο αποτελεσματικό επιτόκιο ομολόγου ονομαστικής αξίας 1, χωρίς κουπόνια που λήγει στο διηνεκές (yield to maturity), ποια είναι η διασπορά του μακροπρόθεσμου επιτοκίου;

(Α) $\alpha(\rho + \delta)$ **(Β)** $\alpha(\rho - \delta)$ **(Γ)** $\alpha(2\rho - \delta)$ **(Δ)** $\alpha(\rho - 2\delta)$ **(Ε)** $2\alpha(\rho - \delta)$

14. Μετά από ένα χρόνο, η τιμή μιας μετοχής είτε θα διπλασιαστεί είτε θα υποδιπλασιαστεί. Μετά από άλλο ένα χρόνο (δηλαδή σε δύο χρόνια από τώρα) η τιμή της μετοχής είτε θα τριπλασιαστεί είτε θα υποτριπλασιαστεί σε σχέση με την τιμή του προηγούμενου χρόνου. Αν σήμερα η τιμή της μετοχής είναι 180 και το επιτόκιο είναι πάντα μηδέν, ποια είναι η τιμή ενός δικαιώματος αγοράς (call option) της μετοχής, σε δύο χρόνια, με τιμή άσκησης 100;

(Α) 95 **(Β)** 105 **(Γ)** 115 **(Δ)** 125 **(Ε)** 135

15. Επενδυτής που μόλις πούλησε 500 δικαιώματα αγοράς μιας μετοχής (call options) επιθυμεί να θωρακιστεί έναντι του κινδύνου σχετικά μικρής μεταβολής τόσο της τιμής της μετοχής όσο και της τιμής του επιτοκίου (delta - rho hedging). Για να το κάνει αυτό αγοράζει έναν αριθμό δικαιωμάτων αγοράς (call options) επί της ιδίας μετοχής με διαφορετικό χρόνο λήξης. Επίσης αγοράζει μετοχές και ομόλογα χωρίς κουπόνια. Αν το ρο (rho) των δικαιωμάτων που πούλησε είναι 60,717 και το ρο (rho) των δικαιωμάτων που θέλει να αγοράσει είναι 34,542 με πόσα νέα δικαιώματα θα θωρακιστεί;

(Α) 879 **(Β)** 736 **(Γ)** 692 **(Δ)** 514 **(Ε)** 476

16. Συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης 4 ετών συνάπτεται για την αγορά μετοχής της οποίας η σημερινή τιμή είναι 140€ , ενώ οι μελλοντικές της τιμές περιγράφονται από την εξίσωση:
$dS_t = 0{,}06S_t + 0{,}80S_t dW_t$. Τι πιθανότητα έχει ο αγοραστής της μετοχής να κερδίσει στη λήξη πάνω από 40€ αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 6% ;
Δίδονται : N(0,12316)=0,54909 , N(0,32007)=0,625542 , N(0,41002)=0,659104 , N(0,46334)=0,67844 , N(0,62311)=0,7334.

(Α) 45,10% **(Β)** 37,45% **(Γ)** 34,09% **(Δ)** 32,16% **(Ε)** 26,66%

17. Αν $X_t = X_0 + \sigma W_t$ και $Y_t = Y_0 + sW_t$, όπου W_t ανέλιξη Wiener, σ και s σταθερά, με τι ισούται το στοχαστικό διαφορικό $d(X_tY_t)$;

(Α) $(sX_t + \sigma Y_t)dW_t$

(Β) $(\sigma + s)(X_t + Y_t)dW_t$

(Γ) $(\sigma s)dt + (sX_t + \sigma Y_t)dW_t$

(Δ) $(\sigma s)dt + (s^2X_t + \sigma^2 Y_t)dW_t$

(Ε) $(\sigma s)dt + (sX_t + \sigma Y_t)^2 dW_t$

18. Στις 1/1/2017 η μετοχή S κοστίζει 30€, ενώ ένα διετές δικαίωμα πώλησής της (put option) με τιμή άσκησης 35, κοστίζει 5,92€. Η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 1,5%. Στην ημερομηνία αυτή ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο καταρτίζεται από:

- Την αγορά ενός διετούς δικαιώματος πώλησης.
- Ένα διετές συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης (future) για την πώληση δύο μετοχών.
- Μια ανοιχτή πώληση 10 μετοχών.

Αν την 1/1/2019, η τιμή της μετοχής διαμορφωθεί στα 25€, ποιο είναι το κέρδος του επενδυτικού χαρτοφυλακίου;

(Α) 65,72 **(Β)** 71,82 **(Γ)** 73,39 **(Δ)** 74,86 **(Ε)** 80,96

19. Η μετοχή Χ εκτελεί αριθμητική κίνηση Brown. Εκτιμήθηκε ότι τη χρονική στιγμή 16 η τιμή της ακολουθεί κανονική κατανομή με μέσο 5,6 και τυπική απόκλιση 1,20 ενώ για τη χρονική στιγμή 4, η αναμενόμενη τιμή της είναι 4,4. Ποια είναι η πιθανότητα μετά από 49 περιόδους η μετοχή να πάρει αρνητική τιμή;
Δίδονται : $N(-1,817)=3,46 \cdot 10^{-2}$, $N(-2,194)= 1,41 \cdot 10^{-2}$, $N(-2,997)= 1,36 \cdot 10^{-3}$, $N(-3,926)= 4,32 \cdot 10^{-5}$
$N(-4,238)= 1,13 \cdot 10^{-5}$

(Α) $3,46 \cdot 10^{-2}$ **(Β)** $1,41 \cdot 10^{-2}$ **(Γ)** $1,36 \cdot 10^{-3}$ **(Δ)** $4,32 \cdot 10^{-5}$ **(Ε)** $1,13 \cdot 10^{-5}$

20. Η αξία ενός ψηφιακού δικαιώματος αγοράς (digital call option) με τιμή άσκησης $S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}$ είναι:

(Α) $\frac{1}{2}\, e^{-rT}$ **(Β)** $e^{-rT}\, N\left(\frac{1}{2}\right)$ **(Γ)** $e^{-rT}\, N\left(-\frac{1}{2}\right)$ **(Δ)** $e^{-\frac{1}{2}rT}\, N\left(\frac{1}{2}\right)$ **(Ε)** $e^{-\frac{1}{2}rT}\, N\left(-\frac{1}{2}\right)$

21. Η πιθανότητα η τιμή της μετοχής S να υπερβεί στο τέλος του έτους τα 12€ είναι 58,18%. Η σημερινή τιμή της μετοχής είναι 12 και η πτητικότητά της 45%. Ποιά είναι η αξία μονοετούς δικαιώματος αγοράς της μετοχής S, αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 4% ;
Δίδονται N(0,206446)=0,5818 , N(0,656446)=0,744231 , N(0,638301)=0,738361.

(Α) 3,62 **(Β)** 3,71 **(Γ)** 3,93 **(Δ)** 4,17 **(Ε)** 4,28

22. Κάτω από το μέτρο **P** η στοχαστική ανέλιξη W_t είναι Wiener, ενώ κάτω από το μέτρο **Q** η ανέλιξη $W_t + t$ είναι Wiener. Με ποιά από τις παρακάτω ανελίξεις ταυτίζεται η W_t ;

(Α) $\ln\left(\frac{d\mathbf{Q}}{d\mathbf{P}}\right) + t$

(Β) $\ln\left(\frac{d\mathbf{Q}}{d\mathbf{P}}\right) + \frac{1}{2}t$

(Γ) $\ln\left(\frac{d\mathbf{Q}}{d\mathbf{P}}\right) - \frac{1}{2}t$

(Δ) $\ln\left(\frac{d\mathbf{P}}{d\mathbf{Q}}\right) + \frac{1}{2}t$

(Ε) $\ln\left(\frac{d\mathbf{P}}{d\mathbf{Q}}\right) - \frac{1}{2}t$

23. Ποιο είναι το Vega ενός μονοετούς ψηφιακού δικαιώματος πώλησης με τιμή άσκησης ίδια με την αρχική τιμή της υποκείμενης στο δικαίωμα μετοχής και επιτόκιο μηδέν;

(Α) 0

(Β) $-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\sigma^2}{8}}$

(Γ) $-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\sigma^2}{8}}$

(Δ) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\sigma^2}{8}}$

(Ε) $\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\sigma^2}{8}}$

24. Αν W_s ανέλιξη Wiener, με τι ισούται το στοχαστικό ολοκλήρωμα

$$\int_{s=0}^{\frac{1}{3}} e^{W_s} dW_s \quad ;$$

(Α) $e^{W_{\frac{1}{3}}} - \int_0^{\frac{1}{3}} e^{W_s} ds$

(Β) $e^{W_{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{3}} e^{W_s} ds$

(Γ) $\int_0^{\frac{1}{3}} e^{W_s} ds$

(Δ) $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{3}} e^{W_s} ds$

(Ε) $e^{W_{\frac{1}{3}}}$