ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:26/6/2019		**Πρωί:**	**x**	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα:Χρηματοοικονομικά πρότυπα, ΚΩΔ Αε					

1. Αν για δύο μετοχές, οι κίνδυνοι (τυπικές αποκλίσεις) είναι 30% και 50%, ποια είναι η ελάχιστη τιμή του ιδιάζοντος (μη συστημικού) κινδύνου που δημιουργείται από χαρτοφυλάκιο των δύο μετοχών;

(Α) 4,09% **(Β)** 5,14% **(Γ)** 6,62% **(Δ)** 7,12% **(Ε)** 8,36%

2. Χαρτοφυλάκιο μετοχών καταρτίζεται κατά το ήμισυ από το χαρτοφυλάκιο της αγοράς και κατά το άλλο ήμισυ από τη μετοχή Α, της οποίας το βήτα (beta) είναι 0,20. Ποιο είναι το βήτα (beta) του χαρτοφυλακίου;

(Α) 0,10 **(Β)** 0,20 **(Γ)** 0,40 **(Δ)** 0,60 **(Ε)** 0,80

3. Επενδυτής αγοράζει ένα Ευρωπαϊκό τετραετές δικαίωμα αγοράς (calloption) επι της μετοχής S, με τιμή άσκησης ίδια με την αρχική τιμή της μετοχήςη οποία είναι 25€. Η τιμή άσκησης του δικαιώματος είναι επίσης 25€. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα να ξεπεράσει η μετοχή την τιμή 25€ στο τέλος των 4 ετών είναι 38,48%. Αν ο επενδυτής θελήσει να θωρακιστεί έναντι του κινδύνου μικρής μεταβολής της τιμής της μετοχής, θα πρέπει να αγοράσει αμέσως 0,658 μετοχές. Αν το επιτόκιο είναι 1,005%, ποια είναι η τιμή που αγοράστηκε το δικαίωμα;

(Α) 6,12 **(Β)** 7,21 **(Γ)** 8,19 **(Δ)** 9,02 **(Ε)** 10,14

4. Να βρεθεί το στοχαστικό διαφορικό της συνάρτησης $e^{t \cdot W_t}$, όπου W_t ανέλιξη Wiener.

(Α) $e^{tW_t}\left[\left(t^2W_t + \frac{1}{2}t^2\right)dt + tdW_t\right]$ **(Β)** $e^{tW_t}\left[\left(tW_t + \frac{1}{2}t^2\right)dt + tdW_t\right]$

(Γ) $e^{tW_t}\left[\left(W_t + \frac{1}{2}t^2\right)dt + tdW_t\right]$ **(Δ)** $e^{tW_t}\left[\left(\frac{1}{2}t^2\right)dt + tdW_t\right]$

(Ε) $e^{tW_t}\left[\left(\frac{1}{2}t^2\right)dt + t^2dW_t\right]$

5. Ποια είναι η ελάχιστη δυνατή διασπορά χαρτοφυλακίου τριών μετοχών , για τις οποίες ο πίνακας διακυμάνσεων – συνδιακυμάνσεων είναι ο

$$\begin{pmatrix} 0{,}01960 & 0{,}00470 & -0{,}01170 \\ 0{,}00470 & 0{,}07840 & 0{,}02822 \\ -0{,}01170 & 0{,}02822 & 0{,}17640 \end{pmatrix}, \text{ με αντίστροφο τον } \begin{pmatrix} 54{,}82619 & -4{,}87651 & 4{,}41656 \\ -4{,}87651 & 13{,}96821 & -2{,}55804 \\ 4{,}41656 & -2{,}55804 & 6{,}37110 \end{pmatrix};$$

(Α) 1,45% **(Β)** 4,22% **(Γ)** 9,37% **(Δ)** 10,52% **(Ε)** 12,07%

6. Ποια συνθήκη πρέπει να ισχύει, ώστε το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διασποράς της αποτελεσματικής μεθορίου $\sigma_P^2 = \alpha\mu_P^2 - b\mu_P + c$ να κυριαρχεί επι του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διασποράς της αποτελεσματικής μεθορίου $\sigma_P^2 = \alpha\mu_P^2 - b\mu_P + d$;

(Α) $\alpha + c < b + d$ **(Β)** $b + c < \alpha + d$ **(Γ)** $\alpha c < bd$ **(Δ)** $bc < \alpha d$ **(Ε)** $c < d$

7. Για ένα τριετές ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς (calloption) της μετοχής Χ, οι συντελεστές d_1 και d_2 του προτύπου Black – Scholes είναι 0,382047 και -0,310773 αντίστοιχα. Αν η αναμενόμενη τιμή της μετοχής δε δύο έτη είναι 54,14, ποια είναι η διασπορά της;

(Α) 970 **(Β)** 1.028 **(Γ)** 1.105 **(Δ)** 1.209 **(Ε)** 1.414

8. Σε ένα διωνυμικό δένδρο, η τιμή της μετοχής Sσε κάθε περίοδο είτε θα αυξάνεται σε $S_{t+1} = S_t(1 + u)$, είτε θα μειώνεται σε $S_{t+1} = S_t \cdot d$, όπου $0<u<1$ καί $0<d<1$. Αν μέχρι το διηνεκές η μετοχή παρουσιάζει μόνο πτώση και ο προεξοφλητικός παράγοντας είναι v, τότε η μέση διάρκεια όλων των μελλοντικών τιμών της μετοχής είναι

(Α) $\frac{dv}{1 - dv}$ **(Β)** $\frac{d}{1 - dv}$ **(Γ)** $\frac{1}{1 - dv}$ **(Δ)** $\frac{d}{1 + dv}$ **(Ε)** ∞

9. Για τη μετοχή Sπου εκτελεί αριθμητική κίνηση Brown, $S_t = 20 + 0{,}02\,t + 0{,}10\,W_t$, οι πραγματοποιθείσες τιμές της στο διάστημα από $t = 0$ έως $t = 1$ ήταν συνεχώς 20. Ποια είναι η τιμή του ολοκληρώματος $\int_0^1 t^2 dW_t$;

(Α) $-\frac{1}{15}$ **(Β)** $-\frac{2}{15}$ **(Γ)** 0 **(Δ)** $\frac{1}{15}$ **(Ε)** $\frac{2}{15}$

10. Η μετοχή S έχει πτητικότητα σ ενώ η ένταξη ανατοκισμού είναι r. Ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς (calloption) επι της μετοχής S κοστίζει c_t σε κάθε χρονική στιγμή t πριν τη λήξη του. Πως συνδέονται

μεταξύ τους τη χρονική στιγμή t τα ελληνικά γράμματα (Greekletters) Γάμμα (Gamma), Δέλτα (Delta) και Θήτα (Theta) του δικαιώματος;

(Α) $\frac{rc_t + \theta_t}{\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t + 2rS_t\Delta_t} = \frac{1}{2}$ **(Β)** $\frac{rc_t - \theta_t}{\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t + 2rS_t\Delta_t} = \frac{1}{2}$ **(Γ)** $\frac{rc_t - \theta_t}{\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t - 2rS_t\Delta_t} = \frac{1}{2}$

(Δ) $\frac{rc_t + \theta_t}{\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t - 2rS_t\Delta_t} = \frac{1}{2}$ **(Ε)** $\frac{rc_t + 2\theta_t}{\sigma^2 S_t^2 \Gamma_t + 2rS_t\Delta_t} = \frac{1}{2}$

11. Στο πρότυπο Vasicek $dr_t = \alpha(\rho - r_t)dt + \sigma dW_t$, πως εκφράζεται η διασπορά του επιτοκίου σε σχέση με την αναμενόμενη τιμή του τη χρονική στιγμή t;

(Α) $Var(r_t) = Var(r_\infty)\left[1 - \left(\frac{E(r_t) - \rho}{r_0 - 2\rho}\right)^2\right]$

(Β) $Var(r_t) = Var(r_\infty)\left[1 - \left(\frac{E(r_t) - \rho}{r_0 - \rho}\right)^2\right]$

(Γ) $Var(r_t) = Var(r_\infty)\left[1 - \left(\frac{E(r_t) - 2\rho}{r_0 - \rho}\right)^2\right]$

(Δ) $Var(r_t) = Var(r_\infty)\left[1 - \left(\frac{E(r_t) - 2\rho}{r_0 - 2\rho}\right)^2\right]$

(Ε) $Var(r_t) = Var(r_\infty)\left[1 - \left(\frac{E(r_t) - 2\rho}{r_0 + \rho}\right)^2\right]$

12. Η μετοχή Χ που σήμερα κοστίζει 8, εκτελεί αριθμητική κίνηση Brown. Σε 4 περιόδους από σήμερα, υπάρχει πιθανότητα 50% η τιμή της να ανέβει πάνω από 10. Ποια τιμή αναμένεται να πάρει η μετοχή σε 5 περιόδους από σήμερα;

(Α) 10,2 **(Β)** 10,3 **(Γ)** 10,4 **(Δ)** 10,5 **(Ε)** 10,6

13. Μετά την αγορά μιας μετοχής Μ έναντι 20, η οποία εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brownμε πτητικότητα

25% , γίνεται θωράκιση (hedging) κατά του κινδύνου πτώσης της κάτω από την τιμή 17, σε 2 ακριβώς έτη. Αν η ένταση ανατοκισμού είναι 1,12%, ποιο είναι το κόστος της θωράκισης;
Δίνονται $N(0{,}346253) = 0{,}635424$, $N(0{,}699806) = 0{,}757976$

(Α) 0,36 **(Β)** 0,91 **(Γ)** 1,22 **(Δ)** 1,41 **(Ε)** 1,89

14. Με μηδενικό επιτόκιο, αρχική τιμή μετοχής 36, συντελεστή κατεύθυνσης 15% και πτητικότητα 50%, για ποιο χρονικό διάστημα διακράτησης της μετοχής το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο είναι 31,89 με βεβαιότητα 98%, όταν η μετοχή εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brown;
Δίνεται N(-2,053749)=0,02

(Α) 5 **(Β)** 4 **(Γ)** 3 **(Δ)** 2 **(Ε)** 1

15. Η τιμή μιας μετοχής περιγράφεται από μια **P**-Wiener γεωμετρική κίνηση Brown με συντελεστή κατεύθυνσης 20%. Μια καλύτερη μελέτη έδειξε ότι οι τιμές της μετοχής που προκύπτουν από το παραπάνω μοντέλο, περιγράφονται καλύτερα από μια **Q**-Wienerγεωμετρική κίνηση Brownμε συντελεστή κατεύθυνσης 18%. Αν η παράγωγος Radon – Nikodym είναι:
$\frac{d\mathbf{Q}}{d\mathbf{P}} = e^{-0{,}05W_t - 0{,}00125\,t}$, όπου W_tη ανέλιξη Wiener κάτω απο το μέτρο **P** , ποιός είναι ο συντελεστής διάχυσης σ (πτητικότητα) της μετοχής;

(Α) 20% **(Β)** 25% **(Γ)** 30% **(Δ)** 35% **(Ε)** 40%

16. Η τιμή της μετοχής S την επόμενη περίοδο είτε θα ανέβει σε 62,5 είτε θα κατέβει κάτω από την τιμή άσκησης. Η κινδυνοουδέτερη πιθανότητα ανόδου είναι 61,8182%. Μονοετές δικαίωμα αγοράς (calloption) επι της μετοχής S, τιμάται 10,4021. Αν το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 4%, ποια είναι η τιμή άσκησης του δικαιώματος;

(Α) 41 **(Β)** 42 **(Γ)** 43 **(Δ)** 44 **(Ε)** 45

17. Αν το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 1%, η απόδοση ενός χαρτοφυλακίου είναι 2,44%. Αν το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 1,6%, η απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι 2,56%. Ποια είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς;

(Α) 2,50% **(Β)** 2,60% **(Γ)** 2,70% **(Δ)** 2,80% **(Ε)** 2,90%

18. Χαρτοφυλάκιο δημιουργείται από τις μετοχές $S^{(i)}$, $i = 1, \cdots, n$.Ο κίνδυνος της μετοχής $S^{(i)}$είναι

$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{i}}$ για $i = 1, \cdots, n$. Όλες οι μετοχές είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους . Ποιά είναι η ελάχιστη δυνατή διασπορά του χαρτοφυλακίου;

(Α) $\frac{2}{n(n+1)}$ **(Β)** $\left[\frac{2}{n(n+1)}\right]^2$ **(Γ)** $\frac{1}{2n(n+1)}$ **(Δ)** $\left[\frac{1}{2n(n+1)}\right]^2$ **(Ε)** ∞

19. Τα μέτρα **P** και **Q** περιγράφουν δύο διαφορετικές απόψεις για την πιθανότητα εμφάνισης των τιμών x_1 και x_2 μιας τυχαίας μεταβλητής X ως εξής:

$P_{\mathbf{P}}(X = x_1) = p$, $P_{\mathbf{P}}(X = x_2) = 1 - p$
$P_{\mathbf{Q}}(X = x_1) = \frac{p}{2}$, $P_{\mathbf{Q}}(X = x_2) = 1 - \frac{p}{2}$

Κάτω από ποιο μέτρο **π** , η αναμενόμενη τιμή της παραγώγου Radon – Nikodym, d**Q**/d**P**, έχει αναμενόμενη τιμή $\frac{3 - 2 \cdot P_P(X = x_1)}{4 \cdot P_{\mathbf{P}}(X = x_2)}$;

(Α)π : $\left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$ **(Β)π :** $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ **(Γ)π :** $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ **(Δ)π :** $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ **(Ε)π :** $(1,0)$

20. Σε ένα διωνυμικό δένδρο αρχικής τιμής 1, με το ισχύων επιτόκιο η κινδυνοουδέτερη πιθανότητα ανόδου είναι 75%, ενώ η διαφορά ανάμεσα στην τιμή ανόδου και την τιμή καθόδου της επόμενης περιόδου είναι 0,60. Αν το επιτόκιο αυξηθεί κατά 0,02% ποια θα είναι η κινδυνοουδέτερη πιθανότητα ανόδου ;

(Α) 75,011 % **(Β)** 75,022 % **(Γ)** 75,033 % **(Δ)** 75,044 % **(Ε)** 75,055 %

21. Να βρεθεί η τυπική απόκλιση του στοχαστικού ολοκληρώματος
$\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi}} e^{-\frac{1}{4}t^2} dW_t$

(Α) $2^{-\frac{1}{2}}$ **(Β)** $2^{\frac{1}{2}}$ **(Γ)** $2^{\frac{3}{2}}$ **(Δ)** $2^{\frac{5}{2}}$ **(Ε)** ∞

22. Ποντάρει κάποιος 10 ευρώ ρίχνοντας ένα αμερόληπτο νόμισμα: Αν έρθει "κορώνα" θα πάρει ένα ποσό, επιπλέον του ποσού που στοιχημάτισε, ενώ αν έρθουν "γράμματα" θα χάσει τα μισά από τα χρήματα που στοιχημάτισε. Ποιο είναι το επιπλέον ποσό που θαπάρει σε περίπτωση που έρθει "κορώνα" ώστε η διαδικασία να είναι martingale;

(Α) 20 **(Β)** 15 **(Γ)** 10 **(Δ)** 5 **(Ε)** 0

23. Ένα δικαίωμα αγοράς (calloption) επι της μετοχής A, για την οποία ισχύει: $dA_t = 6\% A_t dt + 12\% A_t dW_t$

κοστίζει 3,69. Στη συνέχεια, μια καλύτερη μελέτη έδειξε ότι $dA_t = 12\%A_t dt + 12\%A_t dW_t$. Βάσει της τελευταίας μελέτης, ποια πρέπει να είναι η ποσοστιαία αύξηση της τιμής του δικαιώματος;

(Α) -50% **(Β)** -6% **(Γ)** -3% **(Δ)** 0% **(Ε)** 50%

24. Επενδυτής θέλει να δημιουργήσει χαρτοφυλάκιο από τις τρείς μετοχές Α, Β, Γ οι οποίες είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Για τις μετοχές ισχύει: $\mu_A = 2\%$, $\sigma_A = 12\%$, $\mu_B = 4\%$, $\sigma_B = 16\%$, $\mu_\Gamma = 8\%$, $\sigma_\Gamma = 20\%$, ενώ το ποσοστό του κεφαλαίου που θα τοποθετηθεί στη μετοχή Γ είναι 49%. Ποια είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διασποράς;

(Α) 1,31% **(Β)** 2,31% **(Γ)** 3,31% **(Δ)** 4,31% **(Ε)** 5,31%