



**ΕΝΤΥΠΟ  
ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**F3W2.PR09**

<b>Όνομα:</b>	<b>Επίθετο:</b>		
<b>Ημερομηνία: 30/6/2023</b>	<b>Πρωί:</b>	<input checked="" type="checkbox"/>	<b>Απόγευμα:</b>
<b>Θεματική ενότητα: Χρηματοοικονομικά πρότυπα (Αε)</b>			

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

1. Τις χρονικές στιγμές  $t = 1 - \frac{1}{2^n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , γίνονται πληρωμές ύψους  $\frac{1}{2^n}$ ,  $n = 0, 1, \dots$ . Ποια είναι η μέση διάρκεια (κατά Macaulay) για αυτές τις πληρωμές δεδομένου ότι το επιτόκιο είναι μηδέν;

- (A) 1/2      (B) 1/3      (Γ) 1/4      (Δ) 1/5      (E) 1/6

2. Αν  $W_t$  ανέλιξη Wiener και  $E(\int_0^1 f(t)dW_t \cdot \int_0^1 g(t)dW_t) = \frac{7}{4}$ , να βρεθούν τα  $f(t)$  και  $g(t)$ .

- |     | $f(t)$            | $g(t)$            |
|-----|-------------------|-------------------|
| (A) | $t$               | $t^2$             |
| (B) | $\frac{1}{t}$     | $1 - t$           |
| (Γ) | $1 + t$           | $1 - t$           |
| (Δ) | $1 + \frac{1}{t}$ | $1 - \frac{1}{t}$ |
| (E) | $1 + t^2$         | $1 + t^3$         |

3. Η αναμενόμενη απόδοση και ο κίνδυνος (τυπική απόκλιση) της αγοράς είναι 5% και 2% αντίστοιχα, ενώ για μια μετοχή με αναμενόμενη απόδοση 6,25% ο αναλαμβανόμενος κίνδυνος είναι 3%. Ποιο είναι το βήτα (beta) της μετοχής;

- (A) 0,20      (B) 0,50      (Γ) 1,00      (Δ) 1,10      (E) 1,50

4. Για ένα Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς (call option) μετοχής σημερινής αξίας 8,50 δίνονται τα εξής στοιχεία:

- Τιμή δικαιώματος : 2,56
- Τιμή άσκησης: 7
- Ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού: 2,5%
- Αναμενόμενη τιμή της μετοχής στη λήξη δεδομένου ότι το δικαίωμα θα ασκηθεί: 10,105.
- Πιθανότητα να ασκηθεί το δικαίωμα στη λήξη: 97%.

Τι ποσό εκτιμά σήμερα ότι θα κερδίσει ο κάτοχος του δικαιώματος στη λήξη;

- (A) 0,92      (B) 0,88      (Γ) 0,44      (Δ) -0,12      (E) -0,26

5. Το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο (VaR) τετραετούς επένδυσης σε αγορά μετοχής σημερινής αξίας 50 είναι 6, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Η μετοχή εκτελεί αριθμητική κίνηση Brown με παραμέτρους  $\mu=3\%$  και  $\sigma=12\%$ . Ποιο είναι το ακίνδυνο επιτόκιο; Δίνεται  $N(-1,6449)=5\%$ .

- (A) 2,19%      (B) 2,40%      (Γ) 2,75%      (Δ) 3,12%      (E) 3,19%

6. Διετές δικαίωμα αγοράς (call option) επί μετοχής σημερινής αξίας 100, έχει τιμή άσκησης 100. Η μετοχή σε κάθε περίοδο θα σημειώνει άνοδο κατά 20% ή κάθοδο κατά 10%, ενώ η πραγματική πιθανότητα ανόδου ή καθόδου είναι η αντίστοιχη κινδυνουδέτερη. Ποια είναι η πιθανότητα να ασκηθεί το δικαίωμα στη λήξη αν το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 4%;

- (A)  $\frac{157}{225}$       (B)  $\frac{158}{225}$       (Γ)  $\frac{159}{225}$       (Δ)  $\frac{160}{225}$       (E)  $\frac{161}{225}$

7. Η αποτελεσματική μεθόριος (efficient frontier) χαρτοφυλακίου τεσσάρων μετοχών περιγράφεται από την εξίσωση  $\sigma_p^2 = 8,98025 \cdot \mu_p^2 - 0,734933 \cdot \mu_p + 0,017207$  ενώ οι μετοχές έχουν αναμενόμενες αποδόσεις  $\mu_1 = 3\%$ ,  $\mu_2 = 5\%$ ,  $\mu_3 = 6\%$ ,  $\mu_4 = 10\%$ . Ποια σύνθεση χαρτοφυλακίου επιτυγχάνει την ελάχιστη δυνατή διασπορά;

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
(A)	60,15%	22,14%	6,17%	6,17%
(B)	61,15%	23,14%	6,21%	9,50%
(Γ)	62,15%	24,14%	6,77%	6,94%
(Δ)	63,15%	25,14%	5,77%	5,94%
(E)	64,15%	26,14%	5,21%	4,50%

8. Η αγορά αποτελείται από τρεις μετοχές, ανεξάρτητες μεταξύ τους, για τις οποίες έχουμε τα παρακάτω στοιχεία:

Μετοχή	A	B	Γ
Απόδοση	6,00%	4,00%	8,00%
Διασπορά	6,76%	4,00%	11,56%

Ποιο είναι το ποσοστό συμμετοχής της μετοχής B στην αγορά, αν το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 1,20%;

- (A) 25%      (B) 30%      (Γ) 35%      (Δ) 40%      (E) 45%

9. Σε ένα διωνυμικό δένδρο, τη χρονική στιγμή  $t$  έχουμε:  $\Delta_t = 60\%$  και  $\Gamma_t = 4\%$ , ενώ είναι γνωστό ότι την επόμενη χρονική στιγμή,  $t+1$ , η τιμή της μετοχής θα είναι αυξημένη κατά 2. Ποιο είναι το  $\Delta_{t+1}$ ;

- (A) 28%      (B) 38%      (Γ) 48%      (Δ) 58%      (E) 68%

10. Αν η ανέλιξη  $X_t$  εκτελεί αριθμητική κίνηση Brown με συντελεστές κατεύθυνσης και διάχυσης  $\alpha$  και  $\sigma$  αντιστοίχως, ποια είναι η στοχαστική διαφορική εξίσωση της ανέλιξης  $X_t^2$ ;

(A)  $2X_t dX_t$

(B)  $2X_t dX_t + \sigma dt$

(Γ)  $2X_t dX_t + \frac{1}{2} \sigma dt$

(Δ)  $2X_t dX_t + \sigma^2 dt$

(E)  $2X_t dX_t + \frac{1}{2} \sigma^2 dt$

11. Συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης (Future) για αγορά μετοχής τη στιγμή  $T$ , ξεκινά τώρα. Η υποκείμενη σε αυτό μετοχή, εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brown με στοχαστική διαφορική εξίσωση  $dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t$ , όπου  $r$  η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού. Ο κάτοχος του συμβολαίου θεωρεί ότι έχει κέρδος αν στη λήξη η τιμή της μετοχής υπερβεί το διπλάσιο της τιμής συναλλαγής. Ποια είναι η πιθανότητα στη λήξη της συμφωνίας ο κάτοχος του συμβολαίου να είναι κερδισμένος;

(A)  $1 - N\left(\sqrt{\sigma T} + \frac{\ln 2}{\sigma\sqrt{T}}\right)$

(B)  $1 - N\left(\sigma\sqrt{2T} + \frac{\ln 2}{\sigma\sqrt{T}}\right)$

(Γ)  $1 - N\left(\frac{1}{2}\sigma\sqrt{T} + \frac{\ln 2}{\sigma\sqrt{T}}\right)$

(Δ)  $1 - N\left(\sigma\sqrt{T} + \frac{\ln 2}{\sigma\sqrt{T}}\right)$

(E)  $1 - N\left(2\sigma\sqrt{T} + \frac{\ln 2}{\sigma\sqrt{T}}\right)$

**12.** Μετά την πώληση 500 δικαιωμάτων αγοράς με τιμή  $c_1$ , γίνεται θωράκιση έναντι του κινδύνου μικρών αλλαγών τόσο της τιμής της υποκείμενης μετοχής όσο και του επιτοκίου (delta - rho hedging). Για τη θωράκιση δημιουργείται χαρτοφυλάκιο αρχικής αξίας μηδέν με την αγορά ομολόγων χωρίς κουπόνια, ονομαστικής αξίας 1, μετοχών και δικαιωμάτων αγοράς της ίδιας μετοχής με διαφορετική διάρκεια που κοστίζουν  $c_2$ . Εάν  $S_0 = 50, c_1 = 10,75, c_2 = 11,93, \Delta_{c_1} = 0,62, \Delta_{c_2} = 0,64, \rho_{c_1} = 60,87, \rho_{c_2} = 70,35$ , πόσα δικαιώματα  $c_2$  πρέπει να ενταχθούν στο θωρακισμένο χαρτοφυλάκιο;

- (A) 432,62      (B) 498,19      (Γ) 522,62      (Δ) 572,19      (E) 597,62

**13.** Αν  $dX_t = 10\%dt + 20\%dW_t$ , με  $X_0 = 10$  και  $dY_t = 4\%dt + 12\%dW_t$ , με  $Y_0 = 5$ , ενώ ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των αποδόσεων των στοιχείων X και Y είναι πάντα 20%, ποια είναι σήμερα η εκτίμηση της ελάχιστης διασποράς της απόδοσης χαρτοφυλακίου των X και Y που θα σχηματιστεί στο  $t = 2$ ;

- (A) 0,00026      (B) 0,00036      (Γ) 0,00046      (Δ) 0,00056      (E) 0,00066

**14.** Η αγορά έχει τρία στοιχεία που φέρουν κίνδυνο, τα βήτα των οποίων είναι  $\beta_1 = -0,80$ ,  $\beta_2 = 1,20$  και  $\beta_3 = 0,50$ . Ο κίνδυνος της αγοράς είναι  $\text{Var}(R_M) = 25\%$ . Ποια κατανομή χαρτοφυλακίου επιφέρει συστηματικό κίνδυνο ίσο με 5,76%;

- (A) (10%, 25%, 65%)  
(B) (15%, 25%, 60%)  
(Γ) (20%, 30%, 50%)  
(Δ) (25%, 30%, 45%)  
(E) (30%, 30%, 40%)

15. Τα επιτόκια της αγοράς  $r_t$ ,  $t > 0$ , εκτιμήθηκε ότι προκύπτουν από τη стоχαστική διαφορική εξίσωση  $dr_t = 0,35 \cdot (0,12 - r_t) \cdot dt + 0,15 \cdot dW_t$ , όπου  $W_t$  ανέλιξη Wiener. Ποιο είναι το ισοδύναμο σταθερό αποτελεσματικό επιτόκιο για ομόλογα χωρίς κουπόνια, ονομαστικής αξίας 1, με λήξη στο διηνεκές;

- (A) 2,02%      (B) 2,22%      (Γ) 2,42%      (Δ) 2,62%      (E) 2,82%

16. Ευρωπαϊκό δικαίωμα αγοράς μετοχής της οποίας η αξία είναι τώρα 35, με διάρκεια 1,5 έτος και τιμή άσκησης 21, τιμολογήθηκε προς 15,47 ενώ η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 4%. Αν μια πολύ μικρή μεταβολή στην τιμή της μετοχής επιφέρει αντίστοιχη μεταβολή στην τιμή του δικαιώματος κατά 95,88%, ποια είναι η πιθανότητα να μην ασκηθεί το δικαίωμα στη λήξη;

- (A) 91,46%      (B) 90,29%      (Γ) 50,00%      (Δ) 9,71%      (E) 8,54%

17. Οι αποδόσεις δύο μετοχών είναι τυχαίες μεταβλητές, απολύτως συσχετισμένες μεταξύ τους, με κίνδυνο  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$  αντίστοιχα. Με ποιο χαρτοφυλάκιο ( $w_1$ ,  $w_2$ ) θα επιτύχουμε ανάληψη κινδύνου  $\sigma_p$ ;

- |     | $w_1$   | $w_2$   |
|-----|---|---|
| (A) | $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_p - \sigma_2}$ | $\frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_p - \sigma_2}$             |
| (B) | $\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_p - \sigma_1}$ | $\frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_p - \sigma_1}$             |
| (Γ) | $\frac{\sigma_1 - \sigma_p}{\sigma_1 - \sigma_2}$ | $\frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2}$             |
| (Δ) | $\frac{\sigma_2 - \sigma_p}{\sigma_1 - \sigma_2}$ | $\frac{\sigma_1 - 2\sigma_2 + \sigma_p}{\sigma_1 - \sigma_2}$ |
| (E) | $\frac{\sigma_p - \sigma_2}{\sigma_1 - \sigma_2}$ | $\frac{\sigma_1 - \sigma_p}{\sigma_1 - \sigma_2}$             |

18. Οι τιμές των επενδυτικών προϊόντων A και B εκτελούν αριθμητική κίνηση Brown με παραμέτρους  $\mu_A=1,5$  ,  $\mu_B=2,5$  ,  $\sigma_A=0,05$  ,  $\sigma_B=0,02$ . Χαρτοφυλάκιο αποτελείται κατά 75% από το A και κατά 25% από το B, ενώ η σημερινή αξία του κάθε ενός είναι 1€. Σε κάθε χρονική στιγμή, η απόδοση του κάθε στοιχείου συνδέεται γραμμικά με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς. Σε πόσο χρόνο το ιδιάζον ρίσκο του χαρτοφυλακίου θα είναι 1%;

- (A) 4                      (B) 5                      (Γ) 6                      (Δ) 7                      (E) 8

19. Έστω ότι  $dX_t=10\%dt + 8\%dW_t$  και  $dY_t=2,75\%dt + 1\%dW_t$ . Αν τη στιγμή t δημιουργήσουμε ένα στιγμιαίο προβλέψιμο χαρτοφυλάκιο από τα X και Y, που θα αποτελείται από ένα στοιχείο X, με πόσα στοιχεία Y θα πρέπει να γίνει ανοιχτή πώληση;

- (A) 24                      (B) 12                      (Γ) 8                      (Δ) 4                      (E) 2

20. Η μετοχή S εκτελεί **P**-Wiener γεωμετρική κίνηση Brown με συντελεστή κατεύθυνσης  $\mu$ . Οι τιμές της ίδιας μετοχής ερμηνεύονται καλύτερα από μια **Q**-Wiener γεωμετρική κίνηση Brown με συντελεστή κατεύθυνσης  $a \cdot \mu$  με  $0 < a < 1$  και ίδιο συντελεστή διάχυσης. Τα δύο μοντέλα συνδέονται μέσω της παραγώγου Radon - Nikodym:  $\frac{dQ}{dP} = e^{-\frac{1}{4}W_t - \frac{1}{32} \cdot t}$ , με  $W_t$  ανέλιξη **P**-Wiener. Ποια είναι η πητικότητα της μετοχής S;

- (A)  $4\mu(1-a)$                       (B)  $4a\mu$                       (Γ)  $8\mu(1-a)$                       (Δ)  $8a\mu$                       (E)  $a+\mu$



21. Αν  $B_t$  ανέλιξη Wiener, ποια από τις παρακάτω στοχαστικές διαδικασίες είναι martingale;

- (A)  $e^{B_t - \frac{1}{2}t^3}$     (B)  $e^{tB_t - t^3}$     (Γ)  $e^{tB_t - \frac{1}{2}t^3}$     (Δ)  $e^{t^2B_t - \frac{1}{2}t^3}$     (E)  $e^{t^2B_t - t^3}$

22. Στο πρότυπο επιτοκίων Vasicek,  $dr_t = \alpha(\rho - r_t)dt + \sigma dW_t$  με  $W_t$  ανέλιξη Wiener, και αρχική τιμή επιτοκίου  $r_0$ , ποια είναι η πιθανότητα το μακροπρόθεσμο επιτόκιο να μην ανέβει πάνω από την αρχική τιμή;

(A)  $N\left(\sqrt{2\alpha} \cdot \frac{\rho - r_0}{\sigma}\right)$

(B)  $N\left(\sqrt{2\alpha} \cdot \frac{r_0 - \rho}{\sigma}\right)$

(Γ)  $N\left(\frac{\rho - r_0}{\sigma\sqrt{2\alpha}}\right)$

(Δ)  $N\left(\frac{r_0 - \rho}{\sigma\sqrt{2\alpha}}\right)$

(E)  $N\left(\frac{\sigma \cdot \rho \cdot r_0}{\sqrt{2\alpha}}\right)$

23. Την επόμενη περίοδο η τιμή της μετοχής  $S$  είτε θα ανεβεί σε  $S_0\alpha$  με  $\alpha > 1$ , είτε θα κατεβεί σε τιμή μικρότερη από την τιμή άσκησης μονοετούς call option αξίας  $c_0$  επί της ίδιας μετοχής. Αν η κινδυνουδέτερη πιθανότητα ανόδου είναι  $p$  και το επιτόκιο που τιμολογήθηκε το δικαίωμα είναι  $i$ , ποια είναι η τιμή άσκησης;

(A)  $S_0\alpha - \frac{c_0}{p}(1+i)$

(B)  $S_0\alpha - c_0\left(\frac{1+i}{1-p}\right)$

(Γ)  $S_0\alpha - \frac{c_0}{p(1-p)}(1+i)$

(Δ)  $S_0\alpha - c_0(1+i)p$

(E)  $S_0\alpha - c_0(1+i)p(1-p)$

24. Σε μία γεωμετρική κίνηση Brown αναμένουμε μετά από δύο μήνες την τιμή 10,6322 ενώ σε πέντε μήνες την τιμή 13,6521. Ποια τιμή αναμένουμε σε ένα έτος;

(A) 20,6985    (B) 24,4645    (Γ) 28,3231    (Δ) 31,1719    (E) 36,1902